

Rosihan Ari Y.
Indriyastuti



Khazanah Matematika

2

untuk Kelas XI SMA dan MA
Program Bahasa



PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional



Khazanah Matematika 2

untuk Kelas XI SMA dan MA
Program Bahasa

Rosihan Ari Y.
Indriyastuti



PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional

Hak Cipta Pada Departemen Pendidikan Nasional
Dilindungi Undang-undang

Khazanah Matematika 2

untuk Kelas XI SMA dan MA
Program Bahasa

Penulis : Rosihan Ari Y.
Indriyastuti
Perancang kulit : Agung Wibawanto
Perancang tata letak isi : Agung Wibawanto
Penata letak isi : Bonawan
Ilustrator : Kusdirgo

Preliminary : vi
Halaman isi : 142 hlm.

510.07

ROS

k

ROSIHAN Ari Y

Khazanah Matematika 2 : untuk Kelas XI SMA / MA Program Bahasa
/ penulis, Rosihan Ari Y, Indriyastuti ; ilustrator, Kusdirgo

. -- Jakarta : Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2009.
vi, 140 hlm. ; illus. ; 25 cm

Bibliografi : hlm. 131-132

Indeks

ISBN 978-979-068-858-2 (No. Jil. Lengkap)

ISBN 978-979-068-861-2

1. Matematika Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Indriyastuti III. Kusdirgo

Hak Cipta Buku ini dibeli oleh Departemen Pendidikan Nasional
dari Penerbit Wangsa Jatra Lestari, PT

Diterbitkan oleh Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional
Tahun 2009

Diperbanyak oleh



Sambutan

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT, berkat rahmat dan karunia-Nya, Pemerintah, dalam hal ini, Departemen Pendidikan Nasional, pada tahun 2009, telah membeli hak cipta buku teks pelajaran ini dari penulis/penerbit untuk disebarluaskan kepada masyarakat melalui situs internet (*website*) Jaringan Pendidikan Nasional.

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 81 Tahun 2008 Tanggal 11 Desember 2008.

Kami menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada para penulis/penerbit yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Departemen Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para siswa dan guru di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya kepada Departemen Pendidikan Nasional ini, dapat diunduh (*down load*), digandakan, dicetak, dialihmediakan, atau difotokopi oleh masyarakat. Namun, untuk penggandaan yang bersifat komersial harga penjualannya harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah. Diharapkan bahwa buku teks pelajaran ini akan lebih mudah diakses sehingga siswa dan guru di seluruh Indonesia maupun sekolah Indonesia yang berada di luar negeri dapat memanfaatkan sumber belajar ini.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini. Kepada para siswa kami ucapkan selamat belajar dan manfaatkanlah buku ini sebaik-baiknya. Kami menyadari bahwa buku ini masih perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat kami harapkan.

Jakarta, Juni 2009
Kepala Pusat Perbukuan



Prakata

Penulis mengucapkan selamat kepada kalian yang telah naik ke kelas XI. Kalian memasuki Program Bahasa. Apakah kalian cukup bangga dengan hasil belajar di kelas sebelumnya? Penulis yakin, hasil belajar kalian memuaskan. Semoga kalian terpacu untuk lebih semangat lagi dalam belajar. Teruslah rajin belajar, gigih, pantang menyerah, dan jangan lupa berdoa kepada Tuhan agar cita-cita kalian tercapai.

Buku *Khazanah Matematika* ini akan membantu kalian dalam mempelajari matematika. Buku ini disusun dengan urutan penyajian sedemikian rupa sehingga kalian akan merasa senang untuk mendalaminya. Buku ini akan membantu kalian dalam belajar. Dalam pembelajarannya, buku ini menuntut kalian untuk aktif dan bertindak sebagai subjek pembelajaran. Kalian dituntut untuk mengobservasi, mengonstruksi, mengeksplorasi, dan menemukan sendiri konsep-konsep matematika sehingga kalian akan menjadi orang yang dapat berpikir kritis, kreatif, dan inovatif.

Di kelas XI Program Bahasa ini, kalian akan mempelajari materi Statistika dan Peluang. Kedua materi itu sangat menarik untuk dipelajari. Tentu kalian ingin segera mendalaminya. Semoga buku ini dapat membantu kalian dalam mempelajari konsep-konsep matematika.

Akhirnya, penulis mengucapkan selamat belajar, semoga berhasil dan sukses.

Solo, Februari 2008

Penulis

Daftar Isi

Sambutan **iii**

Prakata **iv**

Daftar Isi **v**

Semester 1

Bab I Statistika

- A. Statistik dan Statistika **3**
 - B. Membaca dan Menyajikan Data **4**
 - C. Tabel Distribusi Frekuensi **27**
 - D. Menggambar Histogram, Poligon Frekuensi, dan Ogif **32**
 - E. Menentukan Nilai Statistik Data Berkelompok **34**
 - F. Pemeriksaan Data yang Tidak Konsisten **58**
- Rangkuman **62**
 Tes Kemampuan Bab I **63**
 Latihan Ulangan Umum Semester 1 **67**



Semester 2

Bab II Peluang

- A. Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi **75**
 - B. Peluang Suatu Kejadian dan Komplemennya **95**
 - C. Frekuensi Harapan Suatu Kejadian **107**
 - D. Peluang Kejadian Majemuk **108**
- Rangkuman **120**
 Tes Kemampuan Bab II **121**
 Latihan Ulangan Umum Semester 2 **127**



Daftar Pustaka	133
Glosarium	135
Indeks Subjek	138
Kunci Soal-Soal Terpilih	139

Bab

I



Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, diharapkan kalian dapat

1. membaca data dalam bentuk diagram garis, diagram batang daun, dan diagram kotak garis;
2. menyatakan data dalam bentuk diagram garis, diagram batang daun, dan diagram kotak garis;
3. membaca data dalam bentuk tabel distribusi frekuensi dan histogram;
4. menyajikan data dalam bentuk tabel distribusi frekuensi dan histogram;
5. menafsirkan kecenderungan data dalam bentuk tabel dan diagram;
6. menentukan ukuran pemusatan data: rata-rata, median, dan modus;
7. menentukan ukuran letak data: kuartil dan desil;
8. menentukan ukuran penyebaran data: rentang, simpangan kuartil, dan simpangan baku;
9. memeriksa data yang tidak konsisten dalam kelompoknya;
10. memberikan tafsiran terhadap ukuran pemusatan, ukuran letak, dan ukuran penyebaran.



Sumber: Dokumen Penerbit

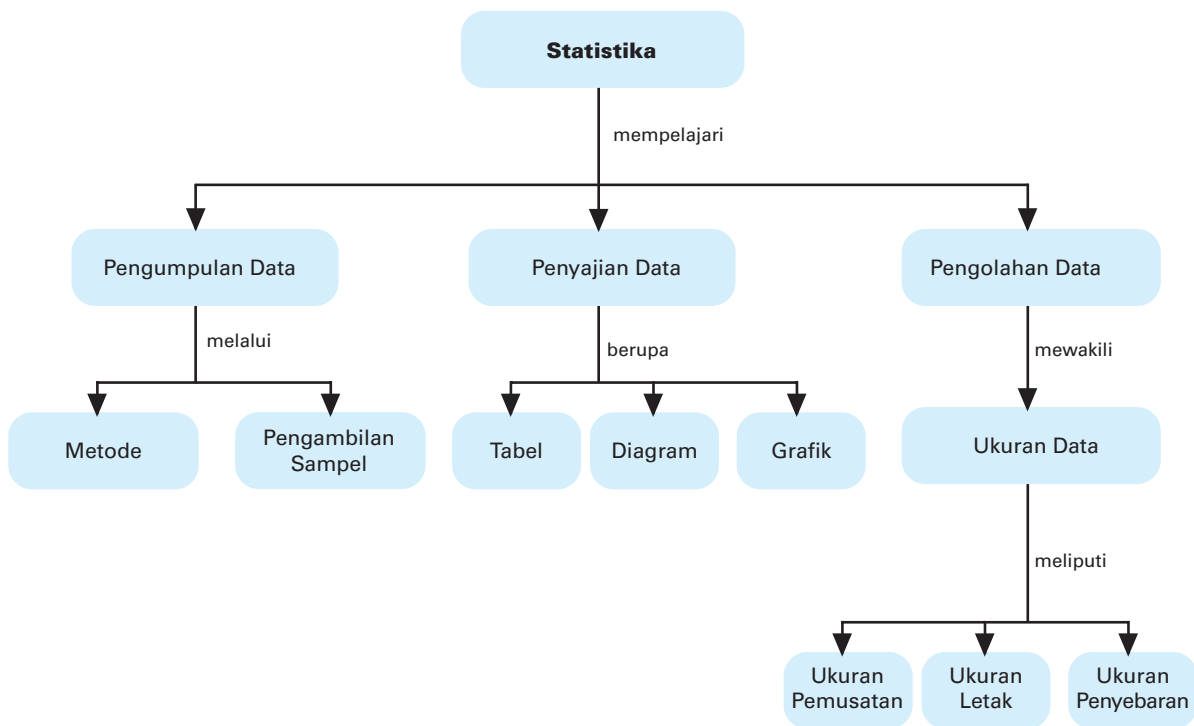
Statistika

Motivasi

Pernahkah kalian memerhatikan salah satu kegiatan ekonomi di suatu pasar, swalayan, mal, atau minimarket? Seorang penjaga stan di tempat-tempat tersebut tentu akan selalu mencatat jumlah barang dagangan yang terjual pada periode tertentu, misalnya setiap sore atau setiap hari sekali.

Kegiatan yang dilakukan oleh penjaga stan ini dapat dikatakan sebagai kegiatan pengumpulan suatu informasi. Dalam hal ini, informasi berupa angka-angka yang menyatakan jumlah penjualan suatu barang. Berawal dari kegiatan seperti ini, kalian dapat mengerti apa arti statistik.

Peta Konsep



Kata Kunci

- data
- datum
- desil
- diagram
- frekuensi
- histogram
- jangkauan
- kuartil
- kumulatif
- langkah
- mean
- median
- modus
- ogif
- pagar
- poligon
- simpangan kuartil
- simpangan rata-rata
- statistik
- statistik deskriptif
- statistika
- tabel distribusi
- *tally*
- varians

Ketika masih duduk di SMP, kalian telah diperkenalkan dengan statistika meskipun masih sangat sederhana. Kalian telah mengenal pengumpulan data, mengurutkan data tunggal, menentukan mean, median, modus, dan kuartil data tunggal, dan menyajikan data dalam bentuk berbagai diagram. Materi-materi yang telah kalian peroleh itu akan kita bahas lebih mendalam, dengan penambahan beberapa materi yang sebelumnya belum kalian peroleh di SMP, seperti kuartil, desil, diagram batang daun, diagram kotak garis, dan pemeriksaan data yang tidak konsisten.

Sebelum mempelajari bab ini, coba jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

Prasyarat

Kerjakan di buku tugas

1. Apa yang dimaksud dengan mean, median, dan modus,? Berapakah mean, median, dan modus dari data: 3, 1, 2, 3, 2, 1, 4, 5, 2, 6?
2. Apa yang dimaksud dengan data tunggal dan data berkelompok? Berikan contohnya.
3. Apakah yang dimaksud dengan diagram garis, diagram batang, dan diagram lingkaran?

Jika pertanyaan-pertanyaan di atas telah terjawab, mudah bagi kalian untuk mempelajari materi berikut. Untuk itu, mari kita mulai materi ini.

A. Statistik dan Statistika

Misalkan dari 8 jenis pakaian yang dijual di swalayan, harganya masing-masing ditampilkan pada tabel berikut.

Jenis Pakaian	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Harga Pakaian (ribuan rupiah)	20	25	27	28	30	45	50	80

Pada tabel di atas tampak bahwa harga pakaian jenis V adalah Rp30.000,00. Dari informasi yang terdapat pada tabel tersebut, angka Rp30.000,00 dinamakan *datum*, sedangkan keseluruhan harga dari 8 jenis pakaian itu dinamakan *data*. Data dapat diperoleh dengan *wawancara*, *kuesioner*, dan *observasi*. Wawancara dilakukan secara langsung dengan narasumber. Kuesioner dilakukan dengan cara menyusun sejumlah pertanyaan dalam suatu daftar, kemudian disebarkan kepada orang yang hendak diambil datanya. Observasi dilakukan dengan melakukan pengamatan terhadap objek atau orang yang akan diambil



datanya. Setelah diperoleh data, agar lebih mudah dianalisis, data disederhanakan baik dengan penyusunan, pengelompokan, maupun pembulatan. Dari data di atas juga tampak bahwa harga pakaian termurah (terendah) adalah jenis pakaian I, yaitu Rp20.000,00 dan harga pakaian termahal (tertinggi) adalah jenis pakaian VIII, yaitu Rp80.000,00.

Nilai-nilai harga termahal dan harga termurah dalam kumpulan datum di atas termasuk statistik. Selain nilai terendah dan tertinggi dari suatu data, statistik lainnya adalah *rataan hitung (mean)*, *nilai tengah (median)*, *nilai yang sering muncul (modus)*, dan *kuartil*. Nilai-nilai ini akan kita pelajari pada subbab berikut. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa statistik adalah ukuran-ukuran yang dapat mewakili suatu kumpulan datum. Statistik dapat diperoleh dari hasil perhitungan terhadap data yang ada. Ilmu yang mempelajari tentang metode pengumpulan, perhitungan, pengolahan, cara menganalisis data, serta penarikan suatu kesimpulan dinamakan *statistika*.

B. Membaca dan Menyajikan Data

Seperti yang telah kalian ketahui bahwa data dapat diperoleh melalui wawancara, kuesioner, dan observasi. Data-data itu akan mudah dipahami atau dibaca jika disajikan dalam sajian tertentu. Penyajian data dapat berupa tabel maupun diagram. Sebelum kalian mempelajari bentuk-bentuk penyajian itu, mari terlebih dahulu kita pelajari beberapa statistik deskriptif berikut.

1. Menyajikan Data Ukuran Menjadi Data Statistik Deskriptif

Kalian telah mengetahui pengertian data, datum, statistik, dan statistika. Data awal yang diperoleh baik dengan wawancara, kuesioner, maupun observasi ada yang bersifat *kualitatif* (baik, buruk, sedang) dan ada yang bersifat *kuantitatif* (berupa angka-angka). Data yang bersifat kuantitatif terdiri atas *data cacahan (diskret)*, dan *data ukuran (kontinu)*. Misalnya, jumlah siswa kelas XI ada 120 putra dan 90 putri (data diskret), sedangkan waktu yang diperlukan untuk menempuh Kota Baru ke Kota Damai 4,5 jam (data kontinu).

Sekarang mari kita mengingat kembali beberapa ukuran (statistik), di antaranya adalah mean, median, modus, dan kuartil. Di samping itu, kita juga akan mengenal statistik lima serangkai, desil, jangkauan data, dan jangkauan antarkuartil.

Kuis

• Kerjakan di buku tugas

Nilai rata-rata ulangan kelas A adalah \bar{x}_A dan kelas B adalah \bar{x}_B . Setelah kedua kelas itu digabung, nilai rata-ratanya adalah \bar{x} . Jika $\bar{x}_A : \bar{x}_B = 10 : 9$ dan $\bar{x} : \bar{x}_B = 85 : 81$, perbandingan banyaknya siswa di kelas A dan B adalah

- a. 8 : 9 d. 3 : 5
b. 4 : 5 e. 9 : 10
c. 3 : 4

a. Rataan Hitung (Mean)

Untuk memahami rataan hitung, perhatikan ilustrasi berikut ini. Misalkan nilai Matematika Dina 8 dan nilai Matematika Andi 10. Nilai rata-rata mereka dapat dicari dengan cara $\frac{8 + 10}{2} = 9$.

Misalkan nilai Matematika Dina 8, Andi 10, dan Damar 6. Nilai rata-rata mereka dapat dicari dengan cara $\frac{8 + 10 + 6}{3} = 8$.

Misalkan nilai matematika siswa pertama x_1 , siswa kedua x_2 , siswa ketiga x_3 , ... dan siswa ke- n x_n . Dapatkah kalian menentukan nilai rata-rata mereka? Tentu, nilai rata-rata mereka adalah $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$.

Dengan demikian, dapat dikatakan sebagai berikut.

Misalkan suatu data terdiri atas n datum, yaitu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Jika \bar{x} menyatakan rataan hitung (mean) data tersebut maka rumusan untuk \bar{x} adalah

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Simbol \bar{x} dibaca "x bar."

Jika $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$ dinyatakan dalam notasi sigma, dapat ditulis $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = \sum_{i=1}^n x_i$. Dengan demikian, \bar{x} dapat ditulis dengan

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \text{ atau } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$\sum_{i=1}^n x_i$ dibaca "sigma x_i , untuk $i = 1$ sampai n ."

b. Nilai Tengah (Median)

Perhatikan data berikut.

4, 3, 5, 5, 6, 7, 8, 7, 9

Data tersebut jika diurutkan dari terkecil hingga terbesar, tampak sebagai berikut.

3, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 9

Setelah data terurut, kita dapat menyatakan korespondensi berikut.

3	4	5	5	6	7	7	8	9
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9

Dari data terurut di atas, datum yang terletak di tengah-tengah data adalah datum ke-5 atau $x_5 = 6$. Nilai inilah yang disebut median atau nilai tengah. Secara umum, misalkan diberikan suatu data terdiri atas n datum, yaitu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, dengan $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$. Nilai tengah (median) data tersebut dapat ditentukan dengan cara berikut.

- 1) Jika n ganjil, median data itu adalah datum ke- $\frac{n+1}{2}$, yaitu

$$\text{median} = x_{\frac{n+1}{2}}$$

- 2) Jika n genap, median data itu adalah nilai tengah antara datum ke- $\frac{n}{2}$ dan datum ke- $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$, yaitu

$$\text{median} = \frac{1}{2} \left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1} \right)$$

c. Nilai yang Sering Muncul (Modus)

Kalian tentu masih ingat dengan modus. Di SMP kalian sudah mempelajarinya. Sekarang kalian hanya memperdalam. Sebelum mempelajarinya lebih lanjut, coba kerjakan tugas berikut.

Mari Berdiskusi

Investigasi

Carilah data tinggi badan teman-teman sekelasmu (dalam cm). Kemudian, buatlah tabel seperti di bawah ini. Selanjutnya, masukkan data yang kamu peroleh ke dalam tabel tersebut.

Tinggi Badan	Jumlah Siswa
150	...
...	...
...	...
...	...
...	...

Dari data di atas, tentukan tinggi badan siswa yang mempunyai jumlah paling banyak?

Setelah berdiskusi dengan teman-temanmu, tentu kalian dapat menentukan data manakah yang sering muncul. Agar lebih jelas lagi, coba pahami contoh kasus nilai ulangan Nina berikut.

Dalam suatu semester, nilai ulangan harian Matematika yang diperoleh Nina adalah 6, 8, 8, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 8, 10, dan 10. Dari nilai ulangan harian Matematika itu, ternyata Nina mendapat nilai 6 sebanyak 3 kali; nilai 9 sebanyak 1 kali; nilai 7 sebanyak 1 kali; nilai 10 sebanyak 2 kali; nilai 8 sebanyak 5 kali;

Dari nilai ulangan itu, tingkat kekerapan muncul (frekuensi) tertingginya adalah nilai 8, yaitu sebanyak 5 kali. Jadi, nilai modus data di atas adalah 8. Jadi, modus dapat diartikan sebagai nilai datum yang memiliki frekuensi tertinggi dari suatu data. Data yang memiliki dua modus disebut *bimodal* dan data yang memiliki lebih dari dua modus disebut *multimodal*.

Contoh:

Diketahui data pengukuran berat badan 10 siswa kelas XI IPS adalah sebagai berikut (dalam kg).

45, 50, 50, 51, 55, 48, 50, 49, 44, 55

Tentukan mean, median, dan modus dari data pengukuran berat badan tersebut.

Jawab:

Untuk mempermudah mencari nilai median, terlebih dahulu data tersebut diurutkan dari yang mempunyai nilai terkecil ke terbesar seperti berikut.

44,	45,	48,	49,	50,	50,	50,	51,	55,	55
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}

Setelah data terurut, kita dapat menentukan mean, median, dan modus data itu dengan mudah.

1) mean

$$\bar{x} = \frac{44 + 45 + 48 + 49 + 50 + 50 + 50 + 51 + 55 + 55}{10}$$

$$= 49,7 \text{ kg}$$

2) Karena $n = 10$ (genap), berarti mediannya merupakan rata-rata hitung dari datum ke-5 dan ke-6 dari data terurut, yaitu $x_5 = 50$ dan $x_6 = 50$.

$$\text{Jadi, median} = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{50 + 50}{2} = 50 \text{ kg.}$$

3) Karena datum yang memiliki frekuensi tertinggi adalah 50 kg (muncul 3 kali) maka modus data itu adalah 50 kg.

Tantangan

Penalaran

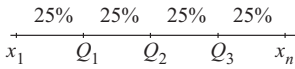
- Kerjakan di buku tugas

Agus telah berulang kali mengikuti ulangan. Jika Agus mendapat nilai 71 pada ulangan yang akan datang, rata-rata ulangannya adalah 83, sedangkan jika mendapat 96, rata-ratanya adalah 88. Berapa kali ulangan yang telah ditempuh oleh Agus?

Lomba Matematika Nasional UGM 2006

d. Kuartil

Misalkan terdapat data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, dengan $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$. Jika kuartil pertama (kuartil bawah) Q_1 , kuartil kedua (kuartil tengah) Q_2 , dan kuartil ketiga (kuartil atas) Q_3 maka letak dari Q_1, Q_2 , dan Q_3 dapat diilustrasikan pada gambar di samping. Kuartil membagi data menjadi 4 bagian sama banyak.



■ **Gambar 1.1**

Banyak datum dari suatu data adalah 100%. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa

- 1) banyak datum yang kurang dari atau sama dengan Q_1 adalah 25%;
- 2) banyak datum yang kurang dari atau sama dengan Q_2 adalah 50%;
- 3) banyak datum yang kurang dari atau sama dengan Q_3 adalah 75%.

Meskipun demikian, nilai-nilai Q_1, Q_2 , maupun Q_3 tidak harus tepat berada pada suatu datum tertentu, tetapi boleh berada di antara 2 datum.

Letak kuartil ke- i, Q_i , untuk $i = 1, 2, 3$, dari suatu data yang jumlahnya n datum secara umum dituliskan

$$\text{letak } Q_i = \text{datum ke-} \frac{i(n+1)}{4}$$

Dengan memedulikan letak Q_i pada rumus di atas, letak Q_i tidak selalu pada posisi datum ke- i . Artinya, Q_i boleh terletak pada suatu datum atau terletak di antara dua datum. Untuk itu digunakan pola pendekatan atau interpolasi. Perhatikan contoh-contoh berikut.

Tugas: Berpikir Kritis

- Kerjakan di buku tugas

Bagaimana menentukan kuartil bawah, tengah, dan atas jika suatu data terdiri atas tiga datum atau dua datum? Dapatkah ditentukan? Berikan alasanmu.

Contoh:

Tentukan Q_1, Q_2 , dan Q_3 dari data berikut.

- a. 4, 5, 5, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 9, 10 ($n = 11$)
- b. 4, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 8, 8, 9 ($n = 10$)
- c. 3, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9 ($n = 9$)

Jawab:

- a.
- | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------------------|-------|-------|-------------------|-------|-------|-------------------|----------|----------|
| 4 | 5 | (5) | 6 | 7 | (7) | 7 | 7 | (8) | 9 | 10 |
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | x_8 | x_9 | x_{10} | x_{11} |
| | | ↓ | | | ↓ | | | ↓ | | |
| | | (Q ₁) | | | (Q ₂) | | | (Q ₃) | | |

Perhatikan Q_2 membagi data menjadi 2 bagian, sebelah kiri Q_2 , yaitu 4, 5, 5, 6, 7 dan sebelah kanan Q_2 , yaitu 7, 7, 8, 9, 10. Q_1 membagi data dari sebelah kiri Q_2 menjadi 2

bagian, sebelah kiri Q_1 , yaitu 4, 5 dan sebelah kanan Q_1 , yaitu 6, 7. Q_3 membagi data di sebelah kanan Q_2 menjadi 2 bagian yang sama frekuensinya, sebelah kiri Q_3 , yaitu 7, 7 dan sebelah kanan Q_3 , yaitu 9, 10.

b. Data sudah terurut naik ($n = 10$).

4	4	5	5	5	6	7	8	8	9
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}

$$\text{Letak } Q_1 = \text{datum ke-} \frac{1(10+1)}{4}$$

$$= \text{datum ke-} 2\frac{3}{4}$$

Artinya, Q_1 terletak di antara datum ke-2 (x_2) dan ke-3 (x_3). Oleh karena itu, kita gunakan pendekatan datum interpolasi berikut.

$$Q_1 = x_2 + \frac{3}{4}(x_3 - x_2)$$

$$= 4 + \frac{3}{4}(5 - 4)$$

$$= 4,75$$

$$\text{Letak } Q_2 = \text{datum ke-} \frac{2(10+1)}{4}$$

$$= \text{datum ke-} 5\frac{1}{2}$$

Artinya, Q_2 terletak di antara datum ke-5 dan ke-6. Jadi,

$$Q_2 = x_5 + \frac{1}{2}(x_6 - x_5)$$

$$= 5 + \frac{1}{2}(6 - 5)$$

$$= 5,5$$

$$\text{Letak } Q_3 = \text{datum ke-} \frac{3(10+1)}{4}$$

$$= \text{datum ke-} 8\frac{1}{4}$$

Artinya, Q_3 terletak di antara datum ke-8 dan ke-9. Jadi,

$$Q_3 = x_8 + \frac{1}{4}(x_9 - x_8)$$

$$= 8 + \frac{1}{4}(8 - 8) = 8$$

- c. Data sudah terurut naik ($n = 9$). Dengan cara serupa, diperoleh

$$\begin{array}{cccccccccc} 3 & 7 & 7 & 8 & 8 & 8 & 8 & 9 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Letak } Q_1 &= \text{datum ke-} \frac{1(9+1)}{4} \\ &= \text{datum ke-} 2\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Dengan demikian, Q_1 terletak di antara datum kedua dan ketiga, yaitu

$$\begin{aligned} Q_1 &= x_2 + \frac{1}{2}(x_3 - x_2) \\ &= 7 + \frac{1}{2}(7 - 7) \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\text{Letak } Q_2 = \text{datum ke-} \frac{2(9+1)}{4} = \text{datum ke-5}$$

$$\text{Jadi, } Q_2 = x_5 = 8.$$

$$\text{Letak } Q_3 = \text{datum ke-} \frac{3(9+1)}{4} = \text{datum ke-} 7\frac{1}{2}$$

Jadi, Q_3 terletak antara datum ketujuh dan datum kedelapan, yaitu

$$\begin{aligned} Q_3 &= x_7 + \frac{1}{2}(x_8 - x_7) \\ &= 8 + \frac{1}{2}(9 - 8) \\ &= 8\frac{1}{2} \end{aligned}$$

e. Statistik Lima Serangkai

Misalkan terdapat data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, dengan $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$. Nilai maksimum data tersebut adalah x_n dan nilai minimumnya x_1 . Jika nilai maksimum dinyatakan dengan x_{maks} dan nilai minimum dinyatakan dengan x_{min} maka $x_n = x_{\text{maks}}$ dan $x_1 = x_{\text{min}}$.

Kalian juga telah mempelajari kuartil, yaitu Q_1 , Q_2 , dan Q_3 . Rangkaian statistik (ukuran) yang terdiri atas x_{min} , Q_1 , Q_2 , Q_3 ,

Perhatian

Untuk menentukan nilai-nilai statistik lima serangkai, data harus terurut (boleh terurut naik boleh juga terurut menurun).

dan x_{maks} dinamakan *statistik lima serangkai*. Kelima ukuran ini dapat digunakan untuk mengetahui kecenderungan pemusatan data. Statistik lima serangkai biasanya dinyatakan dalam bagan berikut.

Q_2	
Q_1 x_{min}	Q_3 x_{maks}

Contoh:

Tentukan statistik lima serangkai dari data: 1, 3, 2, 4, 2, 5, 7, 9, 8, 7, 3.

Jawab:

Nilai-nilai datum belum terurut naik. Oleh karena itu, kita urutkan dari terkecil terlebih dahulu, seperti berikut:

1	2	2	3	3	4	5	7	7	8	9
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
↓		↓			↓			↓		↓
x_{min}		Q_1			Q_2			Q_3		x_{maks}

Pada korespondensi di atas, diperoleh statistik berikut.

- 1) $x_{min} = 1$
- 2) $Q_1 = \text{datum ke-} \frac{1(11+1)}{4} = \text{datum ke-3} = x_3 = 2$
- 3) $Q_2 = \text{datum ke-} \frac{2(11+1)}{4} = \text{datum ke-6} = x_6 = 4$
- 4) $Q_3 = \text{datum ke-} \frac{3(11+1)}{4} = \text{datum ke-9} = x_9 = 7$
- 5) $x_{maks} = 9$

Dengan demikian, bagan statistik lima serangkai dapat dinyatakan dalam bagan berikut.

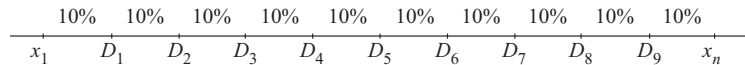
$Q_2 = 4$	
$Q_1 = 2$ $x_{min} = 1$	$Q_3 = 7$ $x_{maks} = 9$

Mari Berdiskusi
Berpikir kritis

Misalkan terdapat data x_1, x_2, \dots, x_n . Mungkinkah data itu memiliki x_{\min}, Q_1, Q_2, Q_3 , dan x_{\max} yang sama? Jika mungkin, data seperti apakah itu? Berikan contohnya. Jika tidak mungkin, mengapa demikian? Berikan alasannya.

f. Desil

Kalian telah mempelajari bagaimana cara menentukan kuartil dari suatu data. Sekarang, kalian diperkenalkan dengan ukuran lain, yaitu desil. Sesuai dengan namanya, *desil* membagi suatu data menjadi sepuluh bagian yang sama. Karena desil membagi 10 bagian, maka terdapat 9 desil. Desil pertama D_1 , desil kedua D_2 , ..., desil ke-9 D_9 . Perhatikan gambar berikut.



Gambar 1.2

Statistik minimum dari data di atas adalah x_1 , dan statistik maksimumnya x_n . Seperti halnya dengan kuartil, untuk menentukan desil, data harus sudah terurut naik terlebih dahulu. Letak desil ke- i dari suatu data yang terdiri atas n datum dengan $i = 1, 2, 3, \dots, 9$ dapat ditentukan dengan rumus

letak $D_i =$ datum ke- $\frac{i(n+1)}{10}$

Letak desil tidak harus tepat berada pada suatu datum, tetapi boleh berada di antara dua datum berurutan.

Adapun cara menentukan nilai desil yang berada di antara dua datum dapat digunakan pendekatan atau interpolasi, seperti pada saat kalian menentukan nilai kuartil yang letaknya berada di antara dua datum.

Contoh:

Diketahui data : 4, 3, 7, 6, 6, 5, 4, 7, 9, 8, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 9, 7, 9, 8.
Tentukan D_1, D_5 , dan D_9 .

Jawab:
Data di atas belum terurut. Oleh karena itu, kita urutkan terlebih dahulu seperti berikut.
3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9

Tugas: Observasi

- Kerjakan di buku tugas

Lakukan secara berkelompok. Carilah data dengan salah satu cara berikut:

- wawancara;
- kuesioner;
- observasi.

Pilihlah data yang menurut kalian menarik, misalnya hasil pertanian pada periode tertentu. Dari data yang kalian peroleh, tentukan mean, median, modus, kuartil-kuartil, dan desil-desilnya. Khusus untuk median, kuartil ke-2, dan desil ke-5, apakah nilainya sama?

Setelah data terurut naik, kita dapat dengan mudah mengetahui urutan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$.

$$\begin{aligned} 1) \text{ letak } D_1 &= \text{datum ke-} \frac{1(20+1)}{10} \\ &= \text{datum ke-} 2\frac{1}{10} \end{aligned}$$

Jadi, D_1 terletak di antara datum ke-2 dan ke-3. Karena $x_2 = 4$, dan $x_3 = 4$, dengan interpolasi, dapat kita tentukan

$$\begin{aligned} D_1 &= x_2 + \frac{1}{10}(x_3 - x_2) \\ &= 4 + \frac{1}{10}(4 - 4) = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ letak } D_5 &= \text{datum ke-} \frac{5(20+1)}{10} \\ &= \text{datum ke-} 10\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Jadi, D_5 terletak di antara datum ke-10 dan ke-11. Karena $x_{10} = 7$ dan $x_{11} = 7$ dapat kita tentukan

$$\begin{aligned} D_5 &= x_{10} + \frac{1}{2}(x_{11} - x_{10}) \\ &= 7 + \frac{1}{2}(7 - 7) \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \text{ letak } D_9 &= \text{datum ke-} \frac{9(20+1)}{10} \\ &= \text{datum ke-} 18\frac{9}{10} \end{aligned}$$

Jadi, D_9 terletak di antara datum ke-18 dan ke-19. Karena $x_{18} = 9$ dan $x_{19} = 9$, dengan interpolasi, dapat kita tentukan

$$\begin{aligned} D_9 &= x_{18} + \frac{9}{10}(x_{19} - x_{18}) \\ &= 9 + \frac{9}{10}(9 - 9) = 9 \end{aligned}$$

g. Jangkauan Data, Jangkauan Antarkuartil, Langkah, dan Pagar

Pada pembahasan sebelumnya, kalian telah mempelajari mean, median, modus, kuartil, dan desil. Ukuran-ukuran itu

Kuis

• Kerjakan di buku tugas

Simpangan kuartil dari data

5, 6, a , 3, 7, 8 adalah $1\frac{1}{2}$.

Jika median datanya $5\frac{1}{2}$ maka rata-rata data tersebut adalah

- a. 4 d. $5\frac{1}{2}$
 b. $4\frac{1}{2}$ e. 6
 c. 5

SPMB 2005

Kuis

• Kerjakan di buku tugas

Dalam suatu kelas terdapat 22 siswa. Nilai rata-rata Matematika mereka 5 dan jangkauan 4. Jika seorang siswa yang paling rendah nilainya dan seorang siswa yang paling tinggi nilainya tidak diikutkan maka nilai rata-ratanya berubah menjadi 4,9. Nilai siswa yang paling rendah adalah

- a. 5
 b. 4
 c. 3
 d. 2
 e. 1

UM-UGM 2004

Tugas: Penalaran

• Kerjakan di buku tugas

Coba kalian tentukan jangkauan data, jangkauan antarkuartil, dan jangkauan semiinterkuartil (simpangan kuartil) dari contoh ketika kalian menentukan desil di atas (halaman 12).

dinamakan ukuran pemusatan data. Di samping *ukuran pemusatan data*, juga ada ukuran penyebaran data atau ukuran dispersi, di antaranya jangkauan data dan jangkauan antarkuartil.

1) Jangkauan Data

Jangkauan data atau *range data* merupakan selisih antara statistik maksimum dan statistik minimum. Jika jangkauan data dinyatakan dengan J_D , nilainya dapat ditentukan dengan rumus

$$J_D = x_{\text{maks}} - x_{\text{min}}$$

2) Jangkauan Antarkuartil

Seperti halnya jangkauan data, *jangkauan antarkuartil* merupakan selisih antara kuartil atas dan kuartil bawah. Jika jangkauan antarkuartil dinotasikan dengan J_K , nilainya dapat ditentukan dengan

$$J_K = Q_3 - Q_1$$

Jangkauan antarkuartil biasanya disebut juga hamparan. Di samping jangkauan antarkuartil, di dalam ukuran penyebaran data juga dikenal jangkauan semiinterkuartil atau *simpangan kuartil*. Simpangan ini nilainya setengah dari jangkauan antarkuartil. Jika simpangan kuartil dinotasikan dengan Q_d , nilainya dapat ditentukan dengan rumus

$$Q_d = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

3) Langkah

Kalian telah mengenal jangkauan antarkuartil. Panjang satu langkah adalah $\frac{3}{2}$ kali panjang jangkauan antarkuartil.

Misalkan langkah dinotasikan dengan L maka dalam matematika dapat dirumuskan

$$L = \frac{3}{2}J_K \text{ atau } L = \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1)$$

4) Pagar

Menurut letaknya, pagar dibedakan menjadi pagar dalam dan pagar luar.

- a) *Pagar dalam*, yaitu suatu nilai yang letaknya satu langkah di bawah kuartil pertama.
 b) *Pagar luar*, yaitu suatu nilai yang letaknya satu langkah di atas kuartil ketiga.

Misalkan pagar dalam dinotasikan dengan P_D dan pagar luar P_L . Kedua pagar itu dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$P_D = Q_1 - L$$

$$P_L = Q_3 + L$$

Soal Kompetensi 1

• Kerjakan di buku tugas

- Jelaskan definisi dari istilah-istilah berikut.
 - statistik
 - statistika
 - datum
 - data
 - data kuartil
 - data kuantitatif dan data kualitatif
 - mean, median, modus, desil
 - kuartil, kuartil atas, kuartil bawah, kuartil tengah
 - jangkauan data
 - simpangan kuartil
- Tentukan mean, median, modus, kuartil bawah, kuartil tengah, dan kuartil atas dari data-data berikut.
 - 36, 28, 37, 35, 35, 34, 31, 39, 35, 33, 32
 - 8, 10, 4, 6, 9, 8, 9, 10, 12, 12
 - 2, 5, 7, 3, 4, 9, 12, 10, 11
 - 2,3; 4,3; 4,3; 2,8; 1,7; 5,1; 2,6; 3,6; 4,7
- Suatu data terdiri atas 20 datum mempunyai mean 6,5. Jika sebuah datum diikutkan data itu, mean data menjadi 6,8. Tentukan nilai datum yang ditambahkan itu.
- Suatu data terdiri atas 10 datum, yaitu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ mempunyai mean \bar{x} . Jika setiap datum ditambah 5, data menjadi $x_1 + 5, x_2 + 5, x_3 + 5, \dots, x_{10} + 5$. Tentukan mean data yang baru.
- Terdapat 3 kelompok data dengan keterangan sebagai berikut.
Data pertama mempunyai mean m_1 dan jumlah datum n_1 .
Data kedua mempunyai mean m_2 dan jumlah datum n_2 .
Data ketiga mempunyai mean m_3 dan jumlah datum n_3 .
Tentukan nilai mean dari ketiga kelompok data tersebut jika digabungkan menjadi sebuah data.
- Suatu perusahaan menerapkan sistem penggajian kepada karyawannya setiap 2 minggu sekali. Gaji karyawan perusahaan itu mempunyai mean (rata-rata hitung) Rp250.000,00. Gaji karyawan laki-laki mempunyai mean

Kuis

• Kerjakan di buku tugas

Dari 64 orang siswa yang terdiri atas 40 orang siswa kelas K dan 24 orang siswa kelas L diketahui nilai rata-rata Matematika siswa kelas K adalah 7,2 dan nilai rata-rata kelas L adalah 1,5 lebih tinggi dari nilai rata-rata seluruh siswa kedua kelas tersebut. Nilai rata-rata matematika kelas L adalah

- 8,8
- 9,0
- 9,2
- 9,4
- 9,6

UMPTN 2001

Rp260.000,00, sedangkan mean gaji perempuan Rp210.000,00. Tentukan perbandingan jumlah karyawan pria dan wanita perusahaan itu.

7. Diketahui data 4, 4, 4, 5, 6, 8, 9, 7, 8, 5, 6, 3, 4, 8, 9. Tentukan
- statistik lima serangkai;
 - desil ke-2, desil ke-6, dan desil ke-8;
 - jangkauan data, jangkauan semiinterkuartil, langkah, pagar luar, dan pagar dalam.
8. Dari hasil nilai ulangan harian Akuntansi dan Bahasa Inggris, nilai seorang siswa selama satu semester tercatat dalam tabel berikut.

Akuntansi	75	86	86	92	91	89	79	79	77
Bhs. Inggris	69	70	75	72	79	83	85	85	81

- Tentukan statistik lima serangkai dari nilai ulangan kedua mata pelajaran siswa itu.
 - Tentukan jangkauan data, simpangan kuartil, simpangan semiinterkuartil, pagar dalam, pagar luar, dan langkah.
 - Dapatkah kalian menentukan desil-desilnya? Mengapa demikian?
9. Keluarga Pak Andi mempunyai lima anak. Anak termuda berumur x tahun dan tertua $2x$ tahun. Tiga anak yang lain berturut-turut berumur $(x + 2)$ tahun, $(x + 4)$ tahun, dan $(2x - 3)$ tahun. Jika rata-rata hitung umur mereka adalah 16 tahun, tentukan umur anak termuda.
10. Nilai rata-rata ulangan Matematika dari 39 siswa adalah 45. Jika nilai 5 siswa lainnya digabungkan dengan kelompok tersebut, nilai rata-ratanya menjadi 40. Tentukan nilai rata-rata ulangan kelima siswa itu.

2. Membaca dan Menyajikan Data dalam Bentuk Diagram

Setelah kalian mempelajari penyajian data dalam bentuk statistik deskriptif, akan kita pelajari cara penyajian data dengan diagram atau grafik, di antaranya adalah diagram garis, diagram lingkaran, diagram batang, diagram batang daun, dan diagram kotak garis.

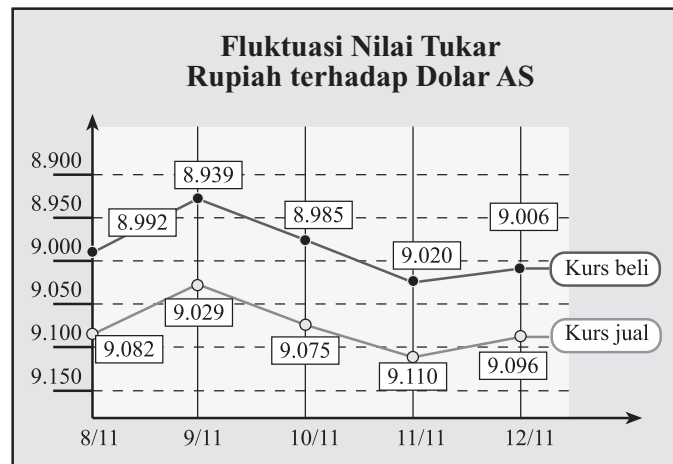
a. Diagram Garis

Suatu ketika Nia mengamati perkembangan nilai tukar mata uang rupiah terhadap dolar Amerika. Perkembangan itu diamati

setiap hari selama satu minggu. Perhatikan fluktuasi nilai mata uang rupiah terhadap dolar Amerika dari tanggal 8–12 November. (Nilai rupiah dihitung per dolar Amerika Serikat)

Tanggal	8 Nov.	9 Nov.	10 Nov.	11 Nov.	12 Nov.
Kurs Jual	9.082	9.029	9.075	9.110	9.096
Kurs Beli	8.992	8.939	8.985	9.020	9.006

Dari pengamatan di atas, data tersebut dapat ditampilkan dalam diagram garis berikut.



■ **Gambar 1.3**

Penyajian data dalam bentuk demikian dinamakan penyajian dengan diagram garis. Jadi, *diagram garis* adalah cara penyajian data statistik dengan menggunakan garis-garis lurus yang menghubungkan komponen-komponen pengamatan (waktu dan hasil pengamatan). Diagram ini biasanya digunakan untuk menggambarkan suatu kondisi yang berlangsung secara kontinu, misalnya perkembangan nilai tukar mata uang suatu negara terhadap nilai tukar negara lain, jumlah penjualan setiap waktu tertentu, dan jumlah penduduk suatu daerah setiap periode tertentu.

b. Diagram Lingkaran

Penyajian data dengan menggunakan diagram lingkaran membantu kita untuk mengetahui persentase kelompok atau bagian tertentu dari suatu keseluruhan secara mudah. Hal utama yang harus diketahui dalam membuat diagram lingkaran adalah menentukan besar sudut juring yang mewakili suatu bagian atau kelompok itu. Setelah mengetahui besar sudut tiap-tiap juring, kalian akan mudah untuk menentukan besar persentase bagian yang dimaksud. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Berikut ini adalah data penjualan 6 jenis mobil dari suatu perusahaan pada kurun waktu 2002–2007.

Jenis Mobil	I	II	III	IV	V	VI
Penjualan	18	26	15	36	50	8

Buatlah diagram lingkaran dari data di atas.

Jawab:

Untuk dapat menggambarkan diagram lingkaran, terlebih dahulu tentukan besar sudut masing-masing juring yang mewakili masing-masing jenis mobil. (Jumlah penjualan $18 + 26 + 15 + 36 + 50 + 8 = 153$ buah).

$$\text{Mobil jenis I} : \frac{18}{153} \times 360^\circ = 42,35^\circ$$

$$\text{Mobil jenis II} : \frac{26}{153} \times 360^\circ = 61,18^\circ$$

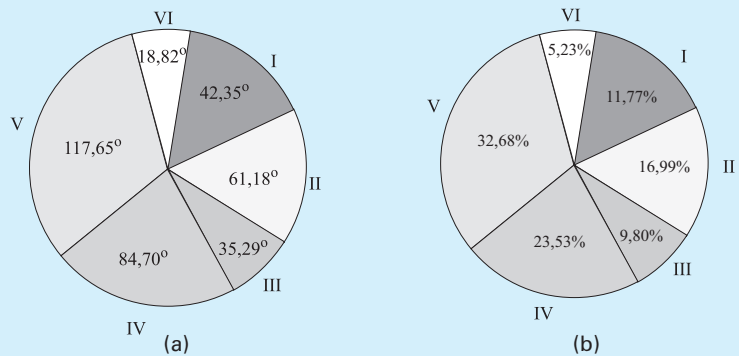
$$\text{Mobil jenis III} : \frac{15}{153} \times 360^\circ = 35,29^\circ$$

$$\text{Mobil jenis IV} : \frac{36}{153} \times 360^\circ = 84,70^\circ$$

$$\text{Mobil jenis V} : \frac{50}{153} \times 360^\circ = 117,65^\circ$$

$$\text{Mobil jenis VI} : \frac{8}{153} \times 360^\circ = 18,82^\circ$$

Setelah menentukan besar sudut dari masing-masing jenis mobil yang terjual, kalian dapat menggambarannya dalam diagram lingkaran **Gambar 1.4** (a).



Gambar 1.4

Kalian juga dapat menyatakan diagram lingkaran tersebut dalam bentuk persentase. Untuk menentukan persentase mobil jenis I, caranya adalah

$$\frac{\text{Jumlah penjualan mobil jenis I}}{\text{Jumlah penjualan seluruh mobil}} \times 100\%.$$

Jadi, persentase mobil jenis I adalah $\frac{18}{153} \times 100\% = 11,77\%$.

Coba kalian tunjukkan bahwa persentase penjualan masing-masing jenis mobil lainnya adalah sebagai berikut.

Mobil jenis II : 16,99%

Mobil jenis III : 9,80%

Mobil jenis IV : 23,53%

Mobil jenis V : 32,68%

Mobil jenis VI : 5,23%

Diagram lingkarannya seperti terlihat pada **Gambar 1.4** (b).

c. Diagram Batang

Penyajian data juga dapat dilakukan dengan membuat *diagram batang*. Diagram ini disusun dalam bentuk persegi panjang yang lebarnya sama dan tingginya (panjangnya) sebanding dengan frekuensi datanya pada sumbu horizontal dan vertikal. Diagram batang dapat disajikan secara mendatar maupun tegak. Penyajian data ini memudahkan kita untuk mengetahui data yang mempunyai nilai tertinggi atau terendah. Agar lebih jelas, perhatikan contoh berikut.

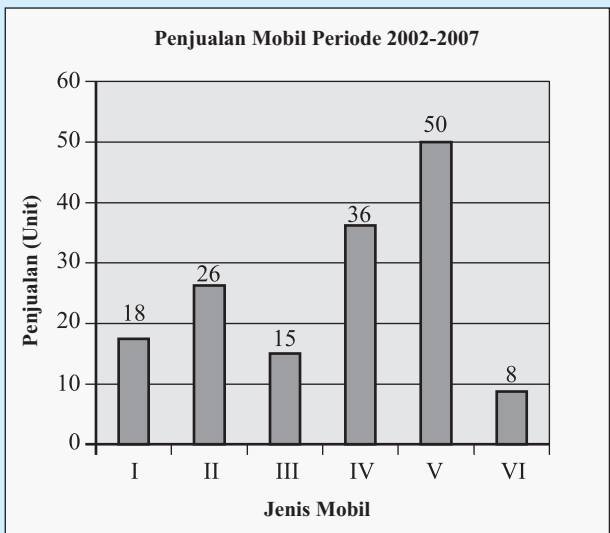
Contoh 1:

Buatlah diagram batang dari contoh penjualan 6 jenis mobil pada contoh di depan.

Jawab:

Jenis Mobil	I	II	III	IV	V	VI
Penjualan	18	26	15	36	50	8

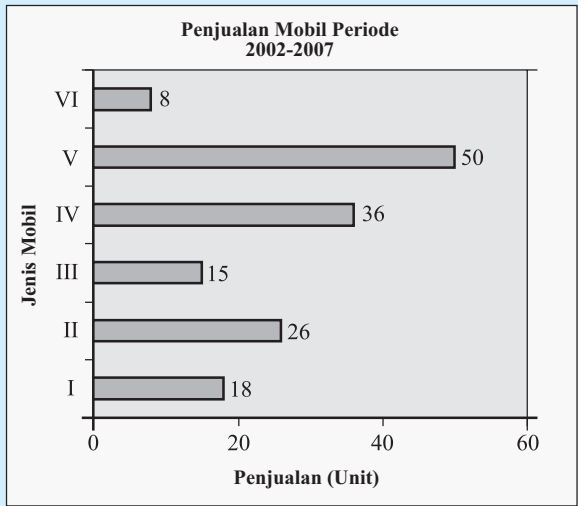
Data penjualan jenis mobil di atas dapat disajikan kembali pada tabel berikut.



Gambar 1.5

Dari data ini, diagram batangnya dapat ditampilkan sebagai berikut.

Diagram batang di atas dinamakan diagram batang tegak atau vertikal. Jika digambarkan dengan diagram batang mendatar atau horizontal, gambarnya adalah sebagai berikut.



Gambar 1.6

Dua buah data atau lebih juga dapat ditampilkan dalam satu diagram batang. Perhatikan contoh berikut.

Contoh 2:

Tugas: Investigasi

- Kerjakan di buku tugas

Coba kalian cari data tinggi dan berat badan siswa sekolahmu. Dari data yang kalian peroleh, buatlah

- diagram batang untuk tinggi badan;
- diagram batang untuk berat badan;
- diagram batang tinggi badan berdasarkan jenis kelamin;
- diagram batang berat badan berdasarkan jenis kelamin.

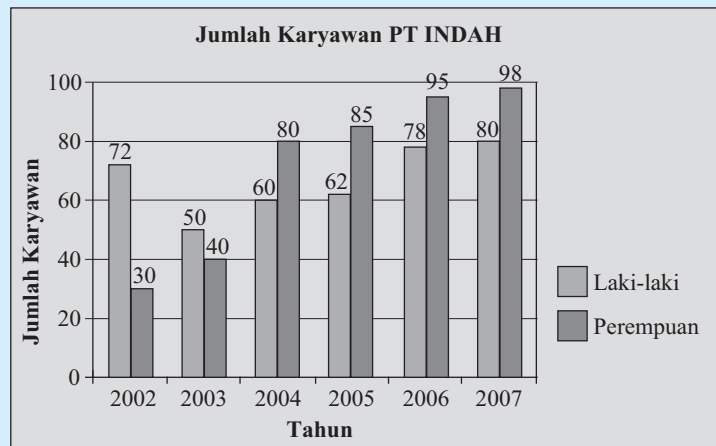
Dari berbagai diagram batang yang kamu buat, coba jelaskan makna diagram itu.

Buatlah suatu diagram batang yang mewakili data tentang jumlah karyawan PT Lestari dalam tahun-tahun berikut.

Jenis Kelamin	Tahun					
	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Laki-laki	72	50	60	62	78	80
Perempuan	30	40	80	85	95	98

Jawab:

Jumlah karyawan laki-laki dan perempuan pada tahun yang sama digambarkan sebagai dua batang yang didekatkan. Hasilnya tampak seperti pada gambar berikut.



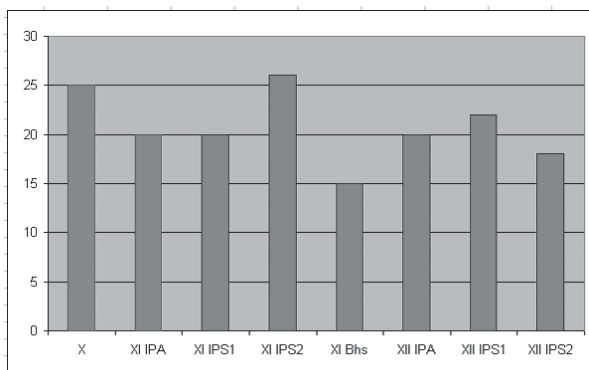
■ Gambar 1.7

Aktivitas

- Tujuan** : Membuat diagram batang dengan *software* komputer, misalnya Microsoft Excel.
- Permasalahan** : Bagaimana menyajikan data dalam diagram batang yang lebih akurat dengan menggunakan komputer?
- Kegiatan** : 1. Persiapkan data yang akan disajikan dalam diagram batang.
Misalnya data peserta lomba lari tiap kelas dari suatu sekolah berikut.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Peserta	Jumlah					
2	X	25					
3	XI IPA	20					
4	XI IPS1	20					
5	XI IPS2	26					
6	XI Bhs	15					
7	XII IPA	20					
8	XII IPS1	22					
9	XII IPS2	18					
10							
11							
12							
13							
14							

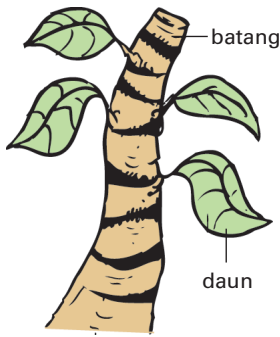
2. Blok range data dari A2 sampai B9
3. Klik **Insert** → **Chart**, pilih **Column**, kemudian pilih bentuk **Column** yang sesuai pada **Chart-type**, misalnya **Clustered Column**. Klik **Next**, ikuti perintah selanjutnya atau klik **Finish**. Akan kalian peroleh diagram batang berikut.



Kesimpulan : Suatu data dapat disajikan dalam diagram batang secara akurat dengan bantuan *software* komputer.

d. Diagram Batang Daun

Sebuah data dapat disajikan memakai analogi bagian-bagian tumbuhan. Pada tumbuhan, terdapat batang, ruas-ruas pada batangnya, dan daun. Pada ruas-ruas itu kadang-kadang terdapat daun, tetapi juga ada yang tidak mempunyai daun. Penyajian data seperti itu dinamakan diagram batang daun.



■ Gambar 1.8

Sekarang, perhatikan data berikut.

10 15 16 20 39 42 51 51 36 16 21 26
 16 21 21 38 42 61 58 51 32 27 31 47

Jika data itu diurutkan dari terkecil ke terbesar, diperoleh susunan sebagai berikut.

10 15 16 16 16 20 21 21 21 26 27 31
 32 36 38 39 42 42 47 51 51 51 58 61

Dari data yang sudah terurut, tampak bahwa datum terkecil 10 dan terbesarnya 61. Kita dapat membuat interval data itu dengan panjang kelas interval 10, sebagai berikut.

- 10–19, dengan angka puluhan 1;
- 20–29, dengan angka puluhan 2;
- 30–39, dengan angka puluhan 3;
- 40–49, dengan angka puluhan 4;
- 50–59, dengan angka puluhan 5;
- 60–69, dengan angka puluhan 6.

Angka-angka puluhan 2, 3, 4, 5, dan 6 ditulis pada kolom batang dan satuan yang meliputi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9 ditulis pada kolom daun.

Di samping batang dan daun, bagian lain dari diagram batang daun adalah frekuensi dan frekuensi kumulatif (jumlah frekuensi sebelum atau sesudahnya). Jika data yang diberikan di atas disajikan dalam diagram batang daun, hasilnya tampak sebagai berikut.

Batang	Daun	Frekuensi	Frekuensi Kumulatif
1	0 5 6 6 6	5	5
2	0 1 1 1 6 7	6	11
3	1 2 6 8 9	5	16
4	2 2 7	3	19
5	1 1 1 8	4	23
6	1	1	24

Namun, untuk tujuan-tujuan tertentu, misalnya untuk menentukan median atau kuartil, kolom frekuensi dan frekuensi kumulatif dihilangkan, kemudian diganti dengan kolom kedalaman. Kolom ini ditentukan oleh letak nilai data itu dari statistik ektrimnya, yaitu statistik minimum dan statistik maksimum. Untuk memahami *kolom kedalaman*, perhatikan ilustrasi berikut.



x_{\min} adalah statistik minimumnya, dengan kedalaman 1.
 x_2 letaknya setelah statistik minimum. Jadi, x_2 kedalamannya 2.

Demikian seterusnya, sampai pada datum median.

x_n adalah statistik maksimumnya, dengan kedalaman 1.

x_{n-1} letaknya setelah statistik maksimum. Jadi, kedalamannya 2.

Batang	Daun	Kedalaman
1	0 5 6 6 6	5
2	0 1 1 1 6 7	11
3	1 2 6 8 9	[5]
4	2 2 7	8
5	1 1 1 8	5
6	1	1

Demikian seterusnya sampai pada datum median.

Khusus untuk kedalaman yang memuat median, diberi tanda [].

Dengan demikian, diagram batang daun dari data di samping adalah sebagai berikut.

Perhatikan baris ketiga. Kolom kedalaman ditulis [5]. Artinya, median dari data terletak pada baris ini. Karena jumlah datum dari data

Batang : puluhan

Daun : satuan

itu 24, mediannya adalah rata-rata dari datum ke-12 dan ke-13.

$$\text{Jadi, median} = \frac{31 + 32}{2} = 31,5.$$

Dengan menggunakan kedalaman, baik dari arah statistik minimum maupun dari arah statistik maksimum, kita dapat menentukan median data tersebut.

Jika kalian mempunyai dua data dengan batang yang sama, cukup disajikan menggunakan satu kolom batang saja. Perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Nilai ulangan Matematika dan Ekonomi dari 10 siswa SMA disajikan dalam tabel berikut.

Matematika	Ekonomi
50	55
45	50
57	55
47	48
67	70
83	75
57	47
58	49
72	70
78	60

Buatlah diagram batang daun dari data di atas.

Jawab:

Matematika	Ekonomi
45	47
47	48
50	49
57	50
57	55
58	55
67	60
72	70
78	70
83	75

Data tabel di atas belum terurut. Oleh karena itu, kita urutkan terlebih dahulu. Hasilnya tampak seperti tabel di atas. Diagram batang daun data di atas adalah sebagai berikut.

Matematika

Ekonomi

Kedalaman	Daun	Batang	Daun	Kedalaman
2	7 5	4	7 8 9	3
[4]	8 7 7 0	5	0 5 5	[3]
4	7	6	0	4
3	8 2	7	0 0 5	3
1	3	8	–	–

Batang : puluhan

Daun : satuan

Tugas: Inkuiri

• Kerjakan di buku tugas

Median kedua data di samping adalah rata-rata datum ke-5 dan ke-6. Coba kalian tentukan median kedua data itu.

Mari Berdiskusi

Inovasi

Bagaimana cara membuat diagram batang daun jika

- data terdiri atas angka-angka ratusan;
- data terdiri atas angka-angka yang bernilai antara 0 dan 1?

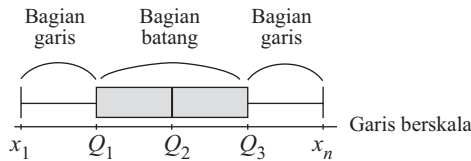
Perhatian

Pada garis berskala, penulisan nilai-nilai statistik lima serangkai harus sesuai. Hal ini dimaksudkan untuk mengetahui bentuk penyebaran data.

e. Diagram Kotak Garis

Pada subbab sebelumnya, kalian telah mempelajari statistik lima serangkai yang terdiri atas statistik minimum (x_{\min}), kuartil bawah (Q_1), median atau kuartil tengah (Q_2), kuartil atas (Q_3), dan statistik maksimum (x_{\max}). Nilai-nilai ini merupakan nilai-nilai yang terdapat pada diagram kotak garis, yaitu diagram yang terdiri atas kotak dan garis. Bagian kotak adalah nilai-nilai antara Q_1 dan Q_2 , sedangkan bagian ekornya yang berbentuk garis adalah

nilai-nilai yang berada di antara x_{\min} dan Q_1 atau Q_3 dan x_{\max} . Perhatikan gambar berikut.



■ **Gambar 1.9**

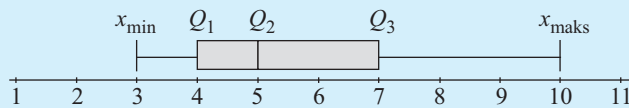
Dengan memahami bentuk diagram kotak garis ini, tentunya kalian dapat membuat diagramnya jika diketahuinya.

Contoh:

Gambarkan diagram kotak garis dari suatu data yang diketahui $x_{\min} = 3$, $x_{\max} = 10$, $Q_1 = 4$, $Q_2 = 5$, dan $Q_3 = 7$.

Jawab:

Dengan memperhatikan nilai-nilai statistik lima serangkai yang diketahui dan meletakkannya pada garis berskala, diperoleh diagram kotak garis sebagai berikut.



■ **Gambar 1.10**

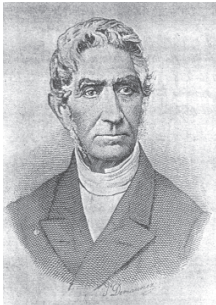
Diagram kotak garis dapat digunakan untuk menentukan apakah suatu data mempunyai distribusi yang seimbang atau tidak. Jika jarak antara Q_1 dan Q_2 sama dengan jarak antara Q_2 dan Q_3 , serta jarak antara x_{\min} dan Q_1 sama dengan jarak antara Q_3 dan x_{\max} maka data dikatakan mempunyai *distribusi seimbang* atau *simetris*. Selain itu, penyajian data dalam diagram kotak garis dapat memudahkan kita untuk mengetahui *datum pencilan*, yaitu datum yang berbeda dengan kelompoknya. Bagaimana cara menentukan ada tidaknya datum pencilan dari suatu data? Kita akan mempelajarinya dalam pembahasan tersendiri pada bagian akhir bab ini.

Mari Berdiskusi
Observasi

Carilah data tentang usia teman-teman sekelasmu. Dari data itu, tentukan statistik lima serangkainya, kemudian buatlah diagram kotak garisnya. Dari diagram kotak garis yang diperoleh, jelaskan apakah data itu mempunyai distribusi seimbang? Berikan alasan kalian. Diskusikan dengan teman-teman kalian.

Jendela Informasi

Informasi lebih lanjut



Sumber: www.mate-mati-kaku.com
Quetelet
 (1776–1874)

Lambert Adolphe Jacques Quetelet

Tahukah kamu siapakah Quetelet itu? Tokoh Statistika ini memiliki nama lengkap **Lambert Adolphe Jacques Quetelet** (1776-1874). Dia lahir di Belgia. Pada usia 23 tahun, ia menjadi profesor Matematika di Brussel, Althemeum. Dia menjadi direktur observatorium Kerajaan Brussel. Untuk menambah pengetahuan tentang observatorium, dia belajar ke Paris dan mendalami ilmu peluang serta aplikasinya. Dia meneliti data tentang sensus penduduk, kemudian mencatat data tersebut dan menyajikannya dalam bentuk tabel serta diagram. Dengan penyajian ini, data dapat divisualkan dan mudah dipahami. Carilah informasi lebih lengkap tentang tokoh ini dan sumbangsuhnya di dunia matematika. Kalian dapat memanfaatkan perpustakaan atau internet.

Sumber: *Ensiklopedi Pengetahuan*, 2007

C. Tabel Distribusi Frekuensi

Daftar atau tabel distribusi frekuensi berupa sebuah tabel yang mencakup suatu nilai atau interval yang dilengkapi dengan frekuensinya. Daftar ini dapat disajikan sebagai distribusi frekuensi tunggal maupun distribusi frekuensi berkelompok. Penyajian dengan cara ini memudahkan kita membaca data terutama untuk data dengan jumlah frekuensi besar.

1. Tabel Distribusi Frekuensi Tunggal

Tabel distribusi dapat memudahkan kita untuk mengetahui jumlah frekuensi dari nilai data. Berikut adalah data nilai ulangan 18 siswa.

30	30	50	40	70	80	80	80	60
45	60	60	80	40	50	50	50	80

Dari kumpulan nilai di atas, dapat diperoleh sebagai berikut.

Nilai 30 muncul 2 kali.	Nilai 60 muncul 3 kali.
Nilai 40 muncul 2 kali.	Nilai 70 muncul 1 kali.
Nilai 45 muncul 1 kali.	Nilai 80 muncul 5 kali.
Nilai 50 muncul 4 kali.	

Dengan demikian, informasi di atas dapat disajikan dalam tabel berikut.

Nilai (x_i)	Turus	Frekuensi
30		2
40		2
45		1
50		4
60		3
70		1
80		5
Jumlah		18

Tabel seperti ini dinamakan *daftar/tabel distribusi frekuensi tunggal*.

2. Tabel Distribusi Frekuensi Berkelompok

Kalian telah mempelajari cara membuat tabel distribusi tunggal. Bagaimana jika data yang diberikan mempunyai jumlah yang sangat banyak, misalnya 100, 200, atau 250? Tentu kalian akan kesulitan karena tabel yang harus dibuat sangat panjang. Untuk mengatasinya, kalian dapat menyajikannya dalam tabel distribusi frekuensi berkelompok. Tabel ini dibuat dalam interval-interval tertentu. Adapun istilah-istilah yang harus kalian pahami yang berkaitan dengan penyusunan tabel distribusi berkelompok adalah kelas, batas kelas, tepi kelas, panjang kelas, dan titik tengah (nilai tengah) kelas. Agar kalian memahami istilah-istilah tersebut, perhatikan tabel distribusi berkelompok berikut. Data tentang nilai ulangan dari 18 siswa di atas jika dikelompokkan adalah sebagai berikut.

Interval Nilai	Titik Tengah	Frekuensi
30–38	34	2
49–47	43	3
48–56	52	4
57–65	61	3
66–74	70	1
75–83	79	5
Jumlah		18

Berdasarkan tabel di atas, ada beberapa pengertian yang perlu dipahami sebagai berikut.

a. Kelas

Interval nilai 30–38, 39–47, 48–56, dan seterusnya dinamakan kelas.

b. Batas Kelas

Pada tabel di atas (halaman 28) terdapat dua macam batas kelas, yaitu batas kelas bawah dan batas kelas atas. Untuk kelas 30–38, batas kelas bawah adalah 30 dan batas kelas atasnya 38.

c. Tepi Kelas

Tepi kelas juga terdapat dua macam, yaitu tepi kelas bawah dan tepi kelas atas. Adapun untuk memperolehnya digunakan aturan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\text{Tepi kelas bawah} &= \text{batas kelas bawah} - 0,5 \\ \text{Tepi kelas atas} &= \text{batas kelas atas} + 0,5\end{aligned}$$

d. Panjang Kelas

Panjang kelas masing-masing kelas pada suatu tabel distribusi frekuensi selalu sama.

Panjang kelas dapat diperoleh dengan cara berikut.

$$\text{Panjang kelas} = \text{tepi kelas atas} - \text{tepi kelas bawah}$$

e. Titik Tengah (Nilai Tengah) Kelas

Nilai ini diasumsikan sebagai nilai yang mewakili kelas yang bersangkutan. Nilainya ditentukan dengan cara berikut.

$$\text{Titik tengah} = \frac{1}{2}(\text{batas kelas bawah} + \text{batas kelas atas})$$

Pada tabel di atas (halaman 28) nilai tengah untuk kelas 30–38 adalah $\frac{1}{2}(30 + 38) = 34$.

Di samping istilah-istilah di atas, untuk menyusun tabel distribusi frekuensi berkelompok, kalian perlu memahami rentang (jangkauan), aturan *Sturges*, dan penentuan panjang kelas menurut *Otman Sturges*.

Rentang atau jangkauan dirumuskan dengan $J_D = x_{\text{maks}} - x_{\text{min}}$. Hal ini telah kita pelajari sebelumnya. Adapun aturan *Sturges* berkaitan dengan penentuan banyak kelas, yaitu sebagai berikut. Jika banyak kelas k dan ukuran data n , menurut aturan *Sturges*

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

Setelah nilai k diperoleh, panjang kelas dapat ditentukan dengan

$$\text{panjang kelas} = \frac{J_D}{k}$$

Seluruh data harus tercakup dalam tabel distribusi berkelompok yang akan dibuat. Agar lebih jelas, perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Perhatikan kembali data nilai 18 siswa di atas. Dengan menggunakan aturan Sturges, buatlah tabel distribusi berkelompoknya.

Jawab:

Dari data yang diberikan, diketahui $n = 20$, $x_{\min} = 30$, dan $x_{\max} = 80$. Dengan demikian, diperoleh sebagai berikut.

$$\text{Jangkauan } J_D = x_{\max} - x_{\min} = 80 - 30 = 50$$

$$k = 1 + 3,3 \log 18 = 1 + 3,3 \times 1,255 = 5,14 \approx 6$$

(Mengapa 5,14 tidak diarahkan ke nilai 5?)

Kemudian, tentukan panjang kelasnya.

$$\text{Panjang kelas} = \frac{J_D}{k} = \frac{50}{6} = 8,33 \approx 9.$$

Kelas	Frekuensi
30–38	2
39–47	3
48–56	4
57–65	3
66–74	1
75–83	5
Jumlah	18

Dengan demikian, kita dapat membuat kelas pertama 30–38, kelas kedua 39–47, dan seterusnya.

Oleh karena itu, tabel distribusi frekuensi berkelompok yang dapat dibuat menurut aturan Sturges adalah sebagai berikut.

Tugas: Investigasi

- Kerjakan di buku tugas

Carilah data berat badan teman-temanmu kelas XI IPS. Kemudian, buatlah tabel distribusi frekuensinya dengan langkah-langkah tersebut.

Mari Berdiskusi

Inkuiri

Menurut kalian, apakah aturan Sturges selalu dapat digunakan? Jika ya, berikan alasanmu. Namun, jika tidak selalu dapat digunakan, coba kalian tunjukkan satu kasus saja yang menunjukkan tidak berlakunya aturan Sturges.

3. Tabel Distribusi Frekuensi Kumulatif

Setelah mempelajari tabel distribusi frekuensi berkelompok, kalian diajak untuk memahami distribusi frekuensi kumulatif. Tabel ini ada dua macam, yaitu

- tabel distribusi frekuensi kumulatif kurang dari;
- tabel distribusi frekuensi kumulatif lebih dari.

Tabel distribusi frekuensi kumulatif kurang dari merupakan tabel yang mencakup daftar jumlah frekuensi semua nilai yang kurang dari atau sama dengan nilai tepi atas pada setiap kelas.

Tabel distribusi frekuensi kumulatif lebih dari merupakan tabel yang mencakup jumlah frekuensi semua nilai yang lebih dari atau sama dengan nilai tepi bawah pada setiap kelas. Perhatikan kembali tabel distribusi frekuensi berkelompok yang telah diuraikan di depan yang ditampilkan kembali dengan penambahan beberapa kolom seperti berikut.

Kelas	Frekuensi	Fekkuensi Kumulatif Kurang dari	Frekuensi Kumulatif Lebih dari
30–38	2	2	18
39–47	3	$2 + 3 = 5$	$18 - 3 = 15$
48–56	4	$5 + 4 = 9$	$15 - 4 = 11$
57–65	3	$9 + 3 = 12$	$11 - 3 = 8$
66–74	1	$12 + 1 = 13$	$8 - 1 = 7$
75–83	5	$13 + 5 = 18$	$7 - 5 = 2$

Perhatikan kembali tabel di atas. Pada tabel di atas dapat diterangkan sebagai berikut.

Untuk kelas 30–38, frekuensi kumulatif kurang darinya adalah 2. Artinya, terdapat 2 nilai data yang bernilai kurang dari atau sama dengan tepi atas kelas ini, yaitu 38,5. Untuk kelas 39–47, frekuensi kumulatif kurang darinya adalah 5. Artinya, terdapat 5 nilai data yang bernilai kurang dari atau sama dengan tepi atas kelas ini, yaitu 47,5. Demikian seterusnya, sedangkan frekuensi kumulatif lebih dari untuk kelas 30–38 adalah 18. Artinya, terdapat 18 nilai data yang lebih dari atau sama dengan tepi bawah kelas ini, yaitu 29,5. Untuk kelas 39–47, frekuensi kumulatif lebih darinya adalah 15. Artinya, terdapat 15 nilai data yang bernilai lebih dari atau sama dengan tepi bawah kelas ini, yaitu 38,5. Demikian seterusnya.

Di samping frekuensi kumulatif seperti di atas, kadang-kadang kita perlu mendapatkan nilai frekuensi kumulatif relatif. Nilai ini dapat ditentukan sebagai berikut.

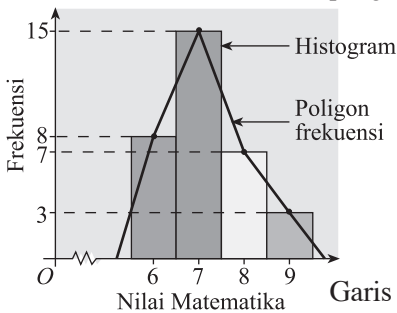
$$\text{Frekuensi kumulatif relatif} = \frac{\text{frekuensi kumulatif}}{\text{jumlah data}} \times 100\%$$

Mari Berdiskusi
Inovasi

Bagaimanakah caranya menentukan nilai kuartil bawah, tengah, dan atas melalui frekuensi kumulatif relatif? Jelaskan.

D. Menggambar Histogram, Poligon Frekuensi, dan Ogif

Penyajian data dengan menggunakan histogram memudahkan kita untuk mengetahui distribusi frekuensi, pemusatan, dan penyebaran data itu. Histogram berupa susunan persegi panjang yang saling berimpit pada salah satu sisinya. Untuk data berkelompok, lebar persegi panjang merupakan panjang kelas dan tingginya adalah frekuensinya. Pada histogram, jika titik-titik tengah dari bagian sisi atas persegi panjang dihubungkan, diperoleh suatu garis (kurva) tertentu. Kurva ini dinamakan *poligon frekuensi*. Perhatikan gambar histogram dan poligon frekuensinya berikut.



Gambar 1.11

Gambar di samping menyajikan histogram data nilai Matematika dari 33 siswa dengan rincian sebagai berikut:

- 8 siswa mendapat nilai 6;
- 15 siswa mendapat nilai 7;
- 7 siswa mendapat nilai 8;
- 3 siswa mendapat nilai 9.

Garis yang menghubungkan frekuensi dari nilai-nilai Matematika itu dinamakan *poligon frekuensi*.

Setelah kalian memahami poligon frekuensi, kalian akan diajak untuk mengenali *ogif* (*ogive*). Jika poligon frekuensi merupakan garis atau kurva, yang menghubungkan frekuensi dari setiap titik atau kelompok titik (kelas), *ogif* menghubungkan titik-titik dari frekuensi kumulatifnya. Jadi, *ogif* disebut juga poligon frekuensi kumulatif. *Ogif* yang mempunyai kecenderungan gradien (kemiringan) garis singgung positif disebut *ogif positif*, sedangkan yang mempunyai gradien garis singgung negatif disebut *ogif negatif*. Untuk jelasnya, perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Nilai Ulangan	Frekuensi
30–40	3
41–51	6
52–62	8
63–73	12
74–84	10
85–95	6

Gambarlah *ogif* positif dan *ogif* negatif dari data yang tersaji pada tabel di samping.

Jawab:

Untuk data yang disajikan dalam tabel distribusi frekuensi berkelompok, terlebih dahulu tentukan tepi bawah (untuk membuat ogif negatif) dan tepi atas (untuk menentukan ogif positif). Dari data di atas, jika dijelaskan dengan tepi kelas (tepi kelas atas atau bawah) adalah sebagai berikut.

Ada 3 siswa yang nilainya kurang dari 40,5.

Ada 9 siswa yang nilainya kurang dari 51,5.

Ada 17 siswa yang nilainya kurang dari 62,5.

Ada 29 siswa yang nilainya kurang dari 73,5.

Ada 39 siswa yang nilainya kurang dari 84,5.

Ada 45 siswa yang nilainya kurang dari 95,5.

Jika dinyatakan dengan tabel, hasilnya adalah sebagai berikut.

Nilai Ulangan	Frekuensi Kumulatif Kurang dari
$\leq 40,5$	3
$\leq 51,5$	9
$\leq 62,5$	17
$\leq 73,5$	29
$\leq 84,5$	39
$\leq 95,5$	45

Dengan cara yang sama, diperoleh sebagai berikut.

Ada 45 siswa yang nilainya lebih dari 29,5.

Ada 42 siswa yang nilainya lebih dari 40,5.

Ada 36 siswa yang nilainya lebih dari 51,5.

Ada 28 siswa yang nilainya lebih dari 62,5.

Ada 16 siswa yang nilainya lebih dari 73,5.

Ada 6 siswa yang nilainya lebih dari 84,5.

Jika dinyatakan dalam tabel, hasilnya adalah sebagai berikut.

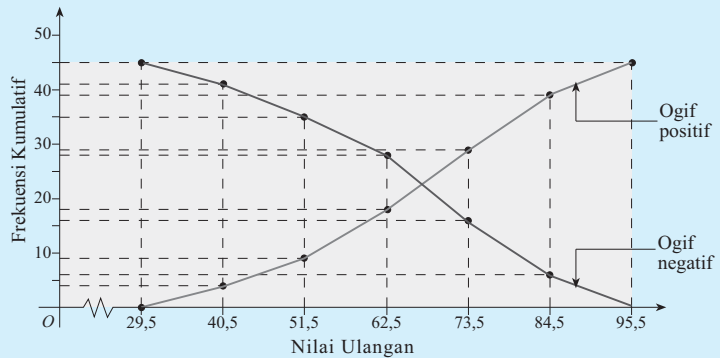
Nilai Ulangan	Frekuensi Kumulatif Lebih dari
$\geq 29,5$	45
$\geq 40,5$	42
$\geq 51,5$	36
$\geq 62,5$	28
$\geq 73,5$	16
$\geq 84,5$	6

Tugas: Kreativitas

- Kerjakan di buku tugas

Dari tugas yang telah kalian lakukan (pada halaman 30), buatlah tabel distribusi frekuensi kumulatif, frekuensi kumulatif relatif, histogram, poligon, dan ogifnya.

Tabel yang berkaitan dengan frekuensi kumulatif kurang dari jika digambarkan dengan diagram garis, diperoleh ogif positif dan tabel yang berkaitan dengan frekuensi kumulatif lebih dari akan diperoleh ogif negatif. Gambar kedua ogif tersebut adalah sebagai berikut.



■ Gambar 1.12

Jendela Informasi

Informasi lebih lanjut



■ Sumber: www.mate-mati-kaku.com

Florence Nightingale
(1820–1910)

Florence Nightingale

Salah satu tokoh statistika dunia adalah **Florence Nightingale** (1820–1910) yang lahir di Italia. Dia adalah seorang perawat yang bekerja di rumah sakit militer di Turki. Dia berusaha memperbaiki administrasi rumah sakit tersebut dengan menggunakan statistika. Dia percaya pada keunggulan statistika dan menggunakannya secara intensif untuk memecahkan masalah sosial dan kesehatan. Dia juga berusaha untuk memasukkan statistika ke dalam kurikulum di Oxford. Dia menciptakan *boxcomb chart*, suatu model penyajian data secara visual. Tulisannya dibahas pada Kongres Statistika Internasional di London pada tahun 1860. Enam tahun kemudian, ia terpilih sebagai anggota kehormatan asosiasi statistika Amerika. Karya Nightingale, yaitu penyajian data dalam suatu *chart*, masih dioptimalkan. Carilah informasi lebih lengkap tentang tokoh ini dan sumbangannya bagi dunia matematika. Kalian dapat memanfaatkan perpustakaan atau internet.

■ Sumber: *Ensiklopedi Pengetahuan*, 2007

E. Menentukan Nilai Statistik Data Berkelompok

Di depan, kalian telah belajar menentukan nilai statistik data tunggal, seperti mean, median, modus, kuartil, dan desil. Kalian juga telah mempelajari ukuran penyebaran data, di samping ukuran pemusatannya. Sekarang kalian diajak untuk belajar memahami ukuran mean, median, dan modus suatu data yang disajikan dalam tabel distribusi frekuensi (data berkelompok).

1. Menentukan Nilai Mean

Perhatian

Perhitungan statistik dengan menganggap nilai tengah x_i mewakili kelas interval ini mengasumsikan bahwa data terdistribusi merata dalam interval itu.

Untuk menentukan nilai mean suatu data yang disajikan dalam tabel distribusi (berkelompok) dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu dengan menentukan rata-rata data yang diwakili titik tengah kelas interval dan dengan rata-rata sementara.

a. Menentukan Nilai Mean dengan Menganggap Interval Kelas Diwakili Titik Tengahnya

Kalian telah mempelajari nilai mean data tunggal. Jika data x_i mempunyai frekuensi f_i , nilai meannya dapat ditentukan dengan

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

$\sum_{i=1}^n x_i f_i$ dibaca "sigma x_i dikalikan f_i dari $i = 1$ sampai n ".

Serupa dengan data tunggal, jika kelas interval ke- i diwakili oleh nilai tengah x_i dengan frekuensinya f_i , dan jumlah kelas r , nilai meannya dapat ditentukan dengan rumus

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^r x_i f_i}{\sum_{i=1}^r f_i}$$

Contoh:

Tentukan nilai mean dari data nilai ulangan dari 45 siswa berikut.

Nilai Ulangan	Frekuensi
30–40	3
41–51	6
52–62	8
63–73	12
74–84	10
85–95	6
Jumlah	45

Jawab:

Untuk dapat menentukan nilai meannya, terlebih dahulu tentukan nilai tengah masing-masing kelasnya.

Nilai Ulangan	Nilai Tengah (x_i)	Frekuensi (f_i)	$x_i f_i$
30–40	35	3	105
41–51	46	6	276
52–62	57	8	456
63–73	68	12	816
74–84	79	10	790
85–95	80	6	480
Jumlah		45	2.923

Dengan demikian, diperoleh $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i f_i}{\sum_{i=1}^6 f_i} = \frac{2.923}{45} = 64,96$.

b. Menentukan Nilai Mean dengan Rata-Rata Sementara

Nilai mean dari suatu data dapat ditentukan melalui penjumlahan rata-rata sementara dengan rata-rata simpangan suatu data (titik tengah). Misalkan rata-rata sementara \bar{x}_s , rata-rata data sesungguhnya \bar{x} , dan simpangannya adalah $d_i = x_i - \bar{x}_s$. Rata-rata sesungguhnya dapat ditentukan dengan $\bar{x} = \bar{x}_s +$ rata-rata simpangan

$$\bar{x} = \bar{x}_s + \frac{\sum_{i=1}^r f_i d_i}{\sum_{i=1}^r f_i}$$

Perhatikan kembali contoh di atas. Misalkan kita akan menentukan nilai rata-ratanya melalui rata-rata sementara $\bar{x}_s = 68$.

Data di atas dapat ditampilkan dengan tabel berikut.

Nilai Ulangan	Titik Tengah (x_i)	Frekuensi (f_i)	Simpangan (d_i)	$f_i d_i$
30–40	35	3	-33	-99
41–51	46	6	-22	-132
52–62	57	8	-11	-88
63–73	$68 = \bar{x}_s$	12	0	0
74–84	79	10	11	110
85–95	80	6	12	72
Jumlah		45		-137

Dengan demikian, diperoleh rata-rata \bar{x} sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \bar{x}_s + \frac{\sum_{i=1}^6 f_i d_i}{\sum_{i=1}^6 f_i} \\ &= 68 + \frac{(-137)}{45} \\ &= 68 - 3,04 = 64,96\end{aligned}$$

c. Menentukan Nilai Mean dengan *Coding*

Kata *coding* diartikan sebagai kode atau sandi. Cara menentukan mean dengan *coding* tidak jauh berbeda dengan cara menentukan mean melalui rata-rata sementara. Jika kalian menentukan mean melalui rata-rata sementara dengan menggunakan rumus

$$\bar{x} = \bar{x}_s + k \frac{\sum_{i=1}^r f_i x_i}{\sum_{i=1}^r f_i}$$

Cara menghitung mean dengan *coding* digunakan rumus

$$\bar{x} = \bar{x}_s + k \frac{\sum_{i=1}^r f_i c_i}{\sum_{i=1}^r f_i}$$

dengan

\bar{x}_s = rata-rata sementara

k = panjang kelas

$d_i = x_i - \bar{x}_s$ simpangan dari rata-rata sementara

c_i = *coding*

Pada cara *coding*, pada tanda kelas \bar{x}_s diberi nilai $c_0 = 0$. Selanjutnya, tanda kelas yang kurang dari \bar{x}_s berturut-turut diberi nilai $c_1 = -1$, $c_2 = -2$, $c_3 = -3$, dan seterusnya, sedangkan tanda kelas yang lebih dari \bar{x}_s berturut-turut diberi nilai $c_1 = 1$, $c_2 = 2$, $c_3 = 3$, dan seterusnya. Nilai-nilai c_i ditentukan dengan rumus

$$c_i = \frac{x_i - \bar{x}_s}{i}$$

Contoh:

Perhatikan tabel di bawah yang memperlihatkan daftar distribusi frekuensi nilai Matematika 100 siswa. Tentukan rata-rata hitungnya dengan menggunakan cara *coding*.

Nilai	<i>f</i>
50–52	10
53–55	34
56–58	28
59–61	20
62–64	8

Jawab:

Perhitungan dengan menggunakan cara *coding*.

Misal kita menggunakan rata-rata sementara $\bar{x}_s = 60$.

Nilai Ulangan	Frekuensi (<i>f_i</i>)	Nilai Tengah (<i>x_i</i>)	$c_i = \frac{x_i - \bar{x}_s}{i}$	$f_i c_i$
50–52	6	51	-3	-18
55–55	38	54	-2	-76
56–58	28	57	-1	-28
59–61	16	60	0	0
62–64	12	63	1	12
Jumlah	100			-110

$$\bar{x}_s = 60$$

$$\bar{x} = 60 + 3 \left(\frac{-110}{100} \right) = 56,7$$

Jadi, rata-rata hitungnya adalah 56,7.

Tugas: Investigasi

- Kerjakan di buku tugas

Dengan menggunakan data pada contoh halaman 35, tunjukkan dengan cara *coding* bahwa rata-ratanya 64,96. Uji dengan berbagai pengambilan rata-rata sementara.

2. Menentukan Median dan Kuartil Data Berkelompok

Letak dan nilai-nilai kuartil data tunggal telah dipelajari pada subbab sebelumnya. Untuk data berkelompok yang disusun dalam tabel distribusi frekuensi, kuartil dapat ditentukan dengan cara berikut.

Perhatikan **Gambar 1.13** (a). Gambar tersebut menunjukkan histogram dari sebuah data berkelompok dengan kelas interval *k* dan frekuensi masing-masing *f₁*, *f₂*, *f₃*, *f₄*, dan *f₅*. Berdasarkan **Gambar 1.13** (a), kita dapat membuat histogram frekuensi kumulatif relatif seperti tampak pada **Gambar 1.13** (b).

Kuis

• Kerjakan di buku tugas

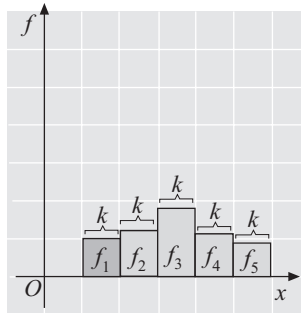
Data berikut adalah tinggi badan sekelompok siswa.

Tinggi (cm)	Frekuensi
151 – 155	5
156 – 160	20
161 – 165	k
166 – 170	26
171 – 175	7

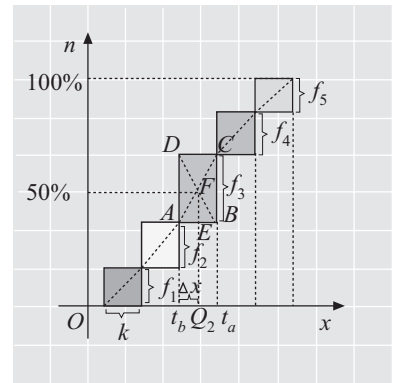
Jika median data di atas 163,5 cm maka nilai $k = \dots$

- a. 40 d. 46
- b. 42 e. 48
- c. 44

SPMB 2004



(a)



(b)

■ **Gambar 1.13**

Median memiliki frekuensi kumulatif relatif 50% sehingga letak median dapat ditentukan pada grafik di atas, yaitu pada kelas ketiga. Pandanglah persegi panjang ABCD pada kelas ketiga **Gambar 1.13** (b). Pada gambar tersebut tampak bahwa segitiga AEF sebangun dengan segitiga ABC. Oleh karena itu, berlaku perbandingan sebagai berikut.

$$\frac{\text{panjang } AE}{\text{panjang } AB} = \frac{\text{panjang } EF}{\text{panjang } BC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta x}{k} = \frac{50\%n - (f_1 + f_2)}{f_3} \dots\dots\dots (\text{Ingat: } f_3 = f_{Q_2})$$

$$\Leftrightarrow \Delta x = k \left[\frac{50\%n - (f_1 + f_2)}{f_{Q_2}} \right]$$

Karena $Q_2 = t_b + \Delta x$ maka diperoleh

$$Q_2 = t_b + k \left[\frac{50\%n - (f_1 + f_2)}{f_{Q_2}} \right]$$

Jika F_2 menyatakan frekuensi kumulatif sebelum kelas Q_2 maka rumus di atas dapat ditulis dengan

$$Q_2 = t_b + k \left[\frac{\frac{2n}{4} - F_2}{f_{Q_2}} \right]$$

Tugas: Investigasi

• Kerjakan di buku tugas

Dengan cara serupa seperti kalian menentukan rumus Q_2 , coba kalian tentukan rumus untuk menentukan Q_1 dan Q_3 .

Setelah kalian mengerjakan tugas di atas dengan benar, tentu akan memperoleh rumus berikut.

$$Q_1 = t_b + k \left[\frac{\frac{n}{4} - F_1}{f_{Q_1}} \right] \text{ dan } Q_3 = t_b + k \left[\frac{\frac{3n}{4} - F_3}{f_{Q_3}} \right]$$

Secara umum, rumus untuk menentukan kuartil pertama, kedua, dan ketiga dapat kita tuliskan sebagai berikut.

$$Q_i = t_b + k \left[\frac{\frac{in}{4} - F_i}{f_{Q_i}} \right]$$

Keterangan:

Q_i = kuartil ke- i

i = 1, 2, 3

t_b = tepi bawah kelas kuartil ke- i

k = panjang kelas

n = ukuran data

F_i = frekuensi kumulatif sebelum kelas kuartil ke- i

f_{Q_i} = frekuensi kelas kuartil ke- i

Posisi Q_i terletak pada datum ke- $\left(\frac{in}{4}\right)$; $i = 1, 2, 3$.

Contoh:

Tentukan median, kuartil bawah, dan kuartil atas dari data yang tersaji pada tabel berikut.

Nilai	Frekuensi (f)	$F_{\text{kumulatif}}$
30–39	3	3
40–49	5	8
50–59	2	10
60–69	13	23
70–79	25	48
80–89	12	60
90–99	20	80

Jawab:

Dari data di atas, dapat ditentukan sebagai berikut.

Median senilai dengan kuartil tengah (Q_2) yang terletak pada

kelas interval dengan frekuensi kumulatif mencapai $\frac{2}{4}$ dari

80, yaitu kelas 70–79.

Oleh karena itu, dapat ditentukan bahwa

tepi bawah $t_b = 70 - 0,5 = 69,5$,

tepi atas $t_a = 79 + 0,5 = 79,5$,

panjang kelas $k = 79,5 - 69,5 = 10$,

frekuensi kumulatif sebelum kelas median $F_2 = 23$, dan

frekuensi kelas median $f = 25$.

Jadi, diperoleh nilai median sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Median} = Q_2 &= 69,5 + 10 \left[\frac{\frac{2(80)}{4} - 23}{25} \right] \\ &= 69,5 + 6,8 \\ &= 76,3 \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, kalian akan dapat dengan mudah menentukan Q_1 dan Q_3 sebagai berikut.

Letak Q_1 pada datum ke- $\frac{1}{4} \times 80 =$ datum ke-20, yaitu kelas ke-4 (kelas 60–69).

$$t_b = 59,5; k = 10; F_1 = 10; f_{Q_1} = 13.$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= 59,5 + 10 \left[\frac{\frac{1(80)}{4} - 10}{13} \right] \\ &= 59,5 + 7,69 \\ &= 67,19 \end{aligned}$$

Untuk Q_3 letaknya di datum ke- $\frac{3}{4} \times 80 =$ datum ke-60, yaitu kelas keenam (kelas 80–89).

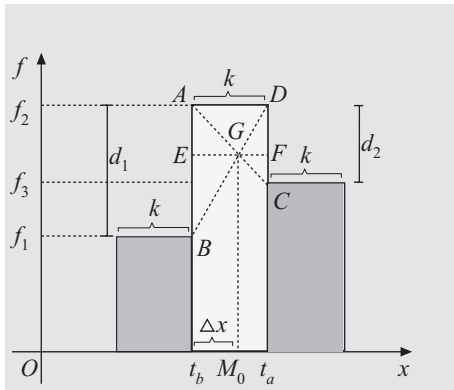
$$t_b = 79,5; k = 10; F_3 = 48; f_{Q_3} = 12.$$

$$\begin{aligned} Q_3 &= 79,5 + 10 \left[\frac{\frac{3(80)}{4} - 48}{12} \right] \\ &= 79,5 + 10 \\ &= 89,5 \end{aligned}$$

3. Menentukan Modus Data Berkelompok

Misalkan pada suatu sekolah memiliki siswa yang rata-rata pandai. Dalam hal ini, modus dari siswa tersebut adalah pandai, meskipun ada juga yang kurang pandai. Hal ini menunjukkan bahwa pada data kualitatif, modus sering diartikan sebagai rata-rata. Pada data kuantitatif modus diartikan sebagai nilai yang sering muncul dari data itu atau nilai yang memiliki frekuensi tertinggi. Kalian telah mempelajari modus dari data tunggal. Sekarang mari kita mempelajari modus data berkelompok.

Misalkan suatu data yang terdiri atas 3 kelas disajikan dalam histogram berikut.



■ **Gambar 1.14**

Pada gambar di samping tampak bahwa $\triangle ABG$ sebangun dengan $\triangle CDG$. Dalam hal ini, panjang $AB = d_1$, $CD = d_2$, $EG = \Delta x$, dan $GF = k - \Delta x$.

Dari kesebangunan itu, berlaku perbandingan berikut.

$$\begin{aligned} \frac{AB}{CD} &= \frac{EG}{GF} \Leftrightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{\Delta x}{k - \Delta x} \\ &\Leftrightarrow d_2 \Delta x = d_1(k - \Delta x) \\ &\Leftrightarrow d_2 \Delta x = d_1 k - d_1 \Delta x \\ &\Leftrightarrow d_1 \Delta x + d_2 \Delta x = d_1 k \\ &\Leftrightarrow (d_1 + d_2) \Delta x = d_1 k \\ &\Leftrightarrow \Delta x = k \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \end{aligned}$$

Dari **Gambar 1.14** tampak bahwa modulus adalah $M_0 = t_b + \Delta x$ sehingga

$$M_0 = t_b + \Delta x \Leftrightarrow M_0 = t_b + k \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right).$$

Jadi, modulus data berkelompok dapat ditentukan dengan rumus

$$M_0 = t_b + k \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right]$$

Keterangan:

M_0 = modulus

t_b = tepi bawah kelas modulus

k = panjang kelas

d_1 = selisih frekuensi kelas modulus dengan kelas sebelumnya

d_2 = selisih frekuensi kelas modulus dengan kelas sesudahnya

Contoh:

Tentukan modulus data berikut.

Berat Badan (kg)	Frekuensi (f)
35–40	3
41–46	5
47–52	8
53–58	2

Jawab:

Dari data di atas, tampak bahwa modus terletak pada kelas 47–52 dengan frekuensi $f=8$ dan panjang kelas $k=6$. Oleh karena itu, $t_b = 46,5$, $d_1 = 8 - 5 = 3$, dan $d_2 = 8 - 2 = 6$. Perhatikan tabel di bawah.

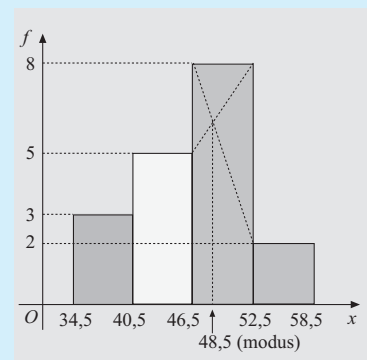
Berat Badan (kg)	Frekuensi (f)
35–40	3
41–46	5
47–52	8
53–58	2

$d_1 = 3$
 $d_2 = 6$

→ kelas modus

Jadi, modus data itu adalah

$$\begin{aligned}
 M_0 &= t_b + k \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right] \\
 &= 46,5 + 6 \left[\frac{3}{3 + 6} \right] \\
 &= 46,5 + 2 \\
 &= 48,5
 \end{aligned}$$



Gambar 1.15

Secara visual, modulusnya dapat dilihat pada **Gambar 1.15**.

4. Menentukan Desil Data Berkelompok

Seperti yang telah kalian ketahui, desil merupakan nilai-nilai yang membagi data yang sudah diurutkan menjadi sepuluh bagian yang sama banyak. Karena desil membagi data menjadi sepuluh bagian yang sama banyak, ada sembilan nilai desil, yaitu desil pertama (D_1), desil kedua (D_2), desil ketiga (D_3), desil keempat (D_4), desil kelima (D_5), desil keenam (D_6), desil ketujuh (D_7), desil kedelapan (D_8), dan desil kesembilan (D_9). Cara menentukan desil data tunggal telah kalian pelajari sebelumnya. Sekarang kita akan membahas cara menentukan desil data berkelompok.

Cara menentukan desil pada data berkelompok sama (analog) seperti kalian menentukan kuartil data berkelompok. Dengan asumsi data terdistribusi merata dalam kelas-kelasnya, desil data berkelompok ditentukan dengan rumus berikut.

$$D_i = t_b + \left(\frac{\frac{i}{10}n - F}{F_{D_i}} \right) k$$

Keterangan:

$i = 1, 2, 3, \dots, 9.$

$n = \sum f$

$t_p =$ tepi kelas D_i

$k =$ panjang kelas

$f_{D_i} =$ frekuensi kelas D_i

$F^i =$ frekuensi kumulatif sebelum kelas D_i

Untuk menentukan posisi desil ke- i , cari posisi datum dalam kelasnya. Caranya

$$D_i = \text{datum ke-} \left(\frac{in}{10} \right); i = 1, 2, \dots, 9.$$

Contoh:

Tentukan desil ke-1, ke-5, dan ke-9 dari data berikut.

Nilai	Frekuensi
40–44	9
45–49	9
50–54	22
55–59	30
60–64	15
65–69	8
70–74	7

Jawab:

Nilai	Tepi Kelas	Frekuensi	f Kumulatif
40–44	39,5–44,5	9	9
45–49	44,5–49,5	9	$18 \leftarrow x_{10} = D_1$
50–54	49,5–54,5	22	40
55–59	54,5–59,5	30	$70 \leftarrow x_{50} = D_5$
60–64	59,5–64,5	15	85
65–69	64,5–69,5	8	$93 \leftarrow x_{90} = D_9$
70–74	69,5–74,5	7	100

a. Desil ke-1

$$n = \sum f = 100; i = 1$$

$$D_1 = \text{datum ke-} \left(\frac{in}{10} \right)$$

$$= \text{datum ke-} \left(\frac{1 \times 100}{10} \right)$$

$$= \text{datum ke-10.}$$

Pada tabel di atas, tampak bahwa x_{10} terletak dalam kelas kedua, dengan interval 44,5–49,5.

Selanjutnya, $t_b = 44,5; f_{D_1} = 9; F = 9; k = 5$.

$$\text{Jadi, } D_i = t_b + \left(\frac{\frac{i}{10}n - F}{f_{D_i}} \right) k$$

$$= 44,5 + \left(\frac{\frac{1}{10} \times 100 - 9}{9} \right) \times 5$$

$$= 44,5 + 0,555$$

$$= 45,05$$

b. Desil ke-5

$$n = \sum f = 100; i = 5$$

$$D_5 = \text{datum ke-} \left(\frac{in}{10} \right)$$

$$= \text{dalam ke-} \left(\frac{5 \times 100}{10} \right)$$

$$= \text{datum ke-50.}$$

Pada tabel di atas, tampak bahwa x_{50} terletak dalam kelas keempat, dengan interval 55–59.

Selanjutnya, $t_b = 54,5; f_{D_5} = 30; F = 40; k = 5$.

$$\text{Jadi, } D_5 = t_b + \left(\frac{\frac{5}{10}n - F}{f_{D_5}} \right) k$$

$$\begin{aligned}
 &= 54,5 + \left(\frac{\frac{5 \times 100}{10} - 40}{30} \right) 5 \\
 &= 45,5 + 1,667 \\
 &= 56,167
 \end{aligned}$$

c. Desil ke-9

$$n = \sum f = 100; i = 9$$

$$D_9 = \text{datum ke-} \left(\frac{in}{10} \right) = \text{dalam ke-} \left(\frac{9 \times 100}{10} \right) = \text{datum ke-} 90.$$

Pada tabel, tampak bahwa x_{90} terletak dalam kelas keenam dengan interval 65–69.

Selanjutnya, $t_b = 64,5$; $f_{D_9} = 8$; $F = 85$; $k = 5$.

$$\begin{aligned}
 \text{Jadi, } D_9 &= t_b + \left(\frac{\frac{9}{10}n - F}{F_{D_9}} \right) k \\
 &= 64,5 + \left(\frac{\frac{9 \times 100}{10} - 85}{8} \right) \times 5 \\
 &= 64,5 + 3,125 \\
 &= 67,625
 \end{aligned}$$

5. Menentukan Ukuran Penyebaran Data

Pada pembahasan kali ini, kita hanya akan membahas ukuran penyebaran simpangan rata-rata dan varians suatu data berkelompok. Selain kedua ukuran itu, seperti yang telah kalian ketahui, ada ukuran penyebaran yang lain seperti jangkauan data, jangkauan antarkuartil, simpangan kuartil, dan ragam. Kesemuanya ini telah kalian pelajari di depan.

a. Simpangan Rata-Rata

Suatu ukuran yang mencerminkan penyebaran setiap nilai data terhadap nilai rata-ratanya dinamakan *simpangan rata-rata*. Simpangan rata-rata (S_R) dapat dirumuskan dengan

$$S_R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

$|x_i - \bar{x}|$ dibaca: "harga mutlak dari x_i dikurangi x bar."

Keterangan: \bar{x} = rata-rata

x_i = datum ke- i

n = ukuran data

Jika data tersusun dalam distribusi frekuensi, simpangan rata-rata dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut.

Misalkan terdapat data dengan

x_1 adalah nilai tengah kelas; ke-1 frekuensinya f_1 ;

x_2 adalah nilai tengah kelas; ke-2 frekuensinya f_2 ;

\vdots \vdots \vdots

x_r adalah nilai tengah kelas; ke- r frekuensinya f_r ;

dan rata-rata data adalah \bar{x} .

Dengan demikian, simpangan rata-ratanya adalah

$$S_R = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_r - \bar{x}|}{f_1 + f_2 + \dots + f_r}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^r f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^r f_i}$$

Jadi, simpangan rata-rata data yang tersusun dalam distribusi frekuensi yang terdiri atas r kelas, dengan x_i nilai tengah kelas ke- i adalah

$$S_R = \frac{\sum_{i=1}^r f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^r f_i}$$

Keterangan:

f_i = frekuensi kelas ke- i

\bar{x} = rata-rata

r = banyak kelas

x_i = nilai tengah kelas ke- i

Contoh:

Tentukan simpangan rata-rata data berikut.

a. 3, 2, 5, 4, 3, 2, 4

b.

Nilai	Frekuensi
30–39	3
40–49	7
50–59	6
60–69	4

Jawab:

- a. Diketahui data: 3, 2, 5, 4, 3, 2, 4. Data ini jika diurutkan dari terkecil ke terbesar, diperoleh susunan 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5.

$$\text{Rata-rata } \bar{x} = \frac{2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5}{7} = 3,29.$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^7 |x_i - \bar{x}| &= |2 - 3,29| + |2 - 3,29| + |3 - 3,29| + |3 - 3,29| \\ &\quad + |4 - 3,29| + |4 - 3,29| + |5 - 3,29| \\ &= 1,29 + 1,29 + 0,29 + 0,29 + 0,71 + 0,71 + \\ &\quad 1,71 \\ &= 6,29 \end{aligned}$$

Simpangan rata-rata

$$\begin{aligned} S_R &= \frac{\sum_{i=1}^7 |x_i - \bar{x}|}{n} \\ &= \frac{6,29}{7} \\ &= 0,90 \end{aligned}$$

- b. Data di atas dapat ditampilkan lebih lengkap dalam tabel berikut.

Nilai	f_i	x_i	$f_i x_i$	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
30–39	3	34,5	103,5	15,5	46,5
40–49	7	44,5	311,5	5,5	38,5
50–59	6	54,5	327,0	4,5	27,0
60–69	4	64,5	258,0	14,5	58
Jumlah	20		1.000	40	170

Dari tabel di atas, diperoleh

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^r f_i x_i}{\sum_{i=1}^r f_i} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^r f_i x_i}{\sum_{i=1}^r f_i} = 50. \end{aligned}$$

$$S_R = \frac{\sum_{i=1}^r |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^r f_i} = \frac{170}{20} = 8,5$$

Jadi, simpangan rata-rata data ini adalah 8,5.

b. Varians

Selain simpangan rata-rata, ukuran penyebaran yang lain adalah *varians* atau *ragam* (S^2). Jika kita menjumlahkan selisih data dengan rata-ratanya, diperoleh $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$. Varians didefinisikan sebagai nilai dari $\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$. Nilai ini tidak akan sama dengan nol. Karl Pearson menentukan varians data tunggal dengan rumus

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Rumus ini juga dapat dinyatakan dalam bentuk lain. Namun sebelumnya, yang perlu kalian ketahui dalam operasi sigma berlaku

1. $\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$
2. $\sum_{i=1}^n k a_i = k \sum_{i=1}^n a_i$
3. $\sum_{i=1}^n k = kn$

(Materi notasi sigma dan operasinya lebih lanjut akan kalian pelajari di kelas XII)

Sekarang perhatikan rumus varians data tunggal di atas.

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2\bar{x}x_i + \bar{x}^2) \\ &= \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n 2\bar{x}x_i + \sum_{i=1}^n \bar{x}^2 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^n x_i + n\bar{x}^2 \right\} \dots (2\bar{x} \text{ dan } \bar{x}^2 \text{ konstanta}) \\
 &= \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i + n \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right\} \\
 &\dots\dots\dots \text{(karena } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \text{)}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \cdot \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} + \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \right]$$

$$= \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \right]$$

Jadi, varians data tunggal juga dapat ditentukan dengan rumus

$$S^2 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \right]$$

Bentuk di atas dapat dimodifikasi menjadi sebagai berikut.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^2$$

Kalian tahu bahwa $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = \overline{x^2}$ dan $\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^2 = (\bar{x})^2$.

Perhatian

Para pakar statistik, seperti Wilks dan Fisher Irwin, menentukan varians menggunakan pembagi $(n - 1)$ jika $n < 100$. Jadi, variansnya dihitung dengan rumus

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Sumber: *Theory and Problem of Statistics*, 1972

Jadi, rumus varians di atas dapat dituliskan dalam bentuk berikut.

$$S^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

Jika data dinyatakan dalam data berkelompok yang terdiri atas r kelas, variansnya dapat ditentukan dengan

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r f_i (x_i - \bar{x})^2$$

dengan x_i = nilai tengah kelas dan $n = \sum_{i=1}^r f_i$.

Mari Berdiskusi

Menumbuhkan kreativitas

Kalian tahu bahwa mean (rata-rata) dari data yang tersaji dalam distribusi frekuensi berkelompok adalah

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^r x_i f_i}{\sum_{i=1}^r f_i}$$

Dengan menggunakan cara-cara yang sama dengan penguraian rumus varians data tunggal, buktikan bahwa bentuk lain dari rumus varians data berkelompok adalah

$$S^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^r x_i^2 f_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^r x_i f_i \right)^2}{n} \right\}$$

Ingat, x_i adalah nilai tengah kelas interval.

Kalian telah mengetahui bagaimana cara menentukan varians dari suatu data, baik data tunggal maupun data berkelompok. Akar dari varians disebut *standar deviasi*. Dengan demikian, standar deviasi dirumuskan dengan $S = \sqrt{S^2}$.

1) Untuk data tunggal, standar deviasinya adalah

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} \right\}}$$

- 2) Untuk data dalam distribusi frekuensi, standar deviasinya adalah

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^r x_i^2 f - \frac{(\sum_{i=1}^r x_i f_i)^2}{n} \right\}}$$

Contoh:

Tentukan varians dan standar deviasi dari data berikut.

- a. 4, 5, 6, 7, 8

b.

Nilai	Frekuensi
30–39	3
40–49	7
50–59	6
60–69	4

(Gunakan bantuan *scientifics calculator* untuk perhitungan-perhitungan statistik)

Jawab:

- a. Diketahui data: 4, 5, 6, 7, 8.

Cara 1:

Dari soal diketahui $n = 5$ dan $\bar{x} = \frac{4+5+6+7+8}{5} = 6$.

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = (4 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + (6 - 6)^2 + (7 - 6)^2 + (8 - 6)^2 = 10$$

Jadi, $S^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} (10) = 2$.

Standar deviasinya adalah $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2} = 1,414$.

Cara 2:

Perhatikan tabel di samping. Dari data di samping, diperoleh

$$\sum_{i=1}^5 x_i = 30 \text{ dan } \sum x_i^2 = 190.$$

(Gunakan kalkulator untuk menghitungnya)

x	x^2
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
30	190

Dengan demikian, diperoleh

$$S^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^5 x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^5 x_i \right)^2}{n} \right\}$$

$$= \frac{1}{5} \left\{ 190 - \frac{30^2}{5} \right\} = 2$$

Jadi, standar deviasinya adalah $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2} = 1,414$.

b. *Cara 1:*

Kalian telah dapat menentukan rata-rata data ini adalah $\bar{x} = 50$ (lihat pembahasan simpangan rata-rata contoh b hal 48).

Dengan demikian, dapat kita tampilkan tabel berikut.

Nilai	f_i	x_i	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
30–39	3	34,5	240,25	720,75
40–49	7	44,5	30,25	211,75
50–59	6	54,5	20,25	121,50
60–69	4	64,5	210,25	841,00
Jumlah	20			1.895

Jadi, diperoleh

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^4 f_i(x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{20} (1.895) = 94,75$$

Standar deviasinya adalah $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{94,75} = 9,73$.

Cara 2:

Kita juga dapat menentukan varians data ini dengan menggunakan rumus

$$S^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^r x_i^2 f_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^r x_i f_i \right)^2}{n} \right\}$$

Sebelumnya, untuk mempermudah perhitungan, kita gunakan tabel perhitungan berikut.

Nilai	f_i	x_i	x_i^2	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
30–39	3	34,5	1.190,25	103,5	3.570,75
40–49	7	44,5	1.980,25	311,5	13.861,75
50–59	6	54,5	2.970,25	327,0	17.821,5
60–69	4	64,5	4.160,25	258,0	16.641
Jumlah	20		10.301	1.000	51.895

Dari nilai-nilai pada tabel di atas, kita dapat menentukan varians yang dimaksud, yaitu

$$\begin{aligned}
 S^2 &= \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^4 x_i^2 f_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^4 x_i f_i \right)^2}{n} \right\} \\
 &= \frac{1}{20} \left\{ 51.895 - \frac{(1.000)^2}{20} \right\} \dots\dots\dots (\text{Ingat: } \sum_{i=1}^r f_i = n) \\
 &= 94,75
 \end{aligned}$$

Jadi, standar deviasinya adalah $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{94,75} = 9,73$.

Tampak bahwa perhitungan standar deviasi dengan kedua rumus di atas memberikan hasil yang sama.

• Kerjakan di buku tugas

Soal Kompetensi 2

- Perhatikan tabel berikut. Tabel berikut menunjukkan jumlah penjualan 4 jenis roti pada suatu toko pada periode tertentu.

Periode	Roti A	Roti B	Roti C	Roti D	Jumlah
I	120	122	150	100	492
II	200	110	95	120	525
III	58	100	100	150	408
IV	200	120	305	195	820
V	190	195	200	210	795
Jumlah	768	647	850	775	3.040

Tantangan

Penalaran

- Kerjakan di buku tugas

Tinggi badan 20 siswa diukur sebagai berikut (dalam cm).

156 158 160 169 160
156 160 162 164 160
156 160 160 166 170
157 156 178 155 155

Buatlah tabel distribusi frekuensi tunggal data di atas, kemudian tentukan mean, median, dan modulusnya. Selanjutnya, tentukan simpangan rata-rata dan variansnya.

Berdasarkan tabel di atas, buatlah

- diagram garis penjualan roti *A* dalam 5 periode;
 - diagram garis penjualan setiap roti pada periode I;
 - diagram lingkaran penjualan roti *C* dalam 5 periode;
 - diagram batang pada penjualan setiap roti untuk periode II;
 - diagram batang daun pada penjualan roti *D* dalam setiap periode;
 - diagram kotak penjualan roti *D* dalam setiap periode;
 - diagram kotak garis penjualan setiap roti pada periode V.
2. Perhatikan data berat badan siswa berikut.
- | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 68 | 58 | 58 | 61 | 54 | 49 | 56 | 64 | 79 |
| 58 | 56 | 60 | 56 | 56 | 60 | 59 | 61 | 58 |
| 57 | 60 | 62 | 60 | 49 | 52 | 54 | 60 | 56 |
| 60 | 58 | 55 | 48 | 50 | 51 | 61 | 48 | 56 |
| 68 | 60 | 49 | 56 | 48 | 70 | 63 | 68 | 62 |
| 79 | 58 | 56 | 56 | 62 | 62 | 72 | 71 | 71 |
| 81 | 81 | 86 | 76 | 72 | 72 | 72 | 73 | 71 |
| 72 | 76 | 70 | 70 | 69 | 68 | 62 | 72 | 71 |

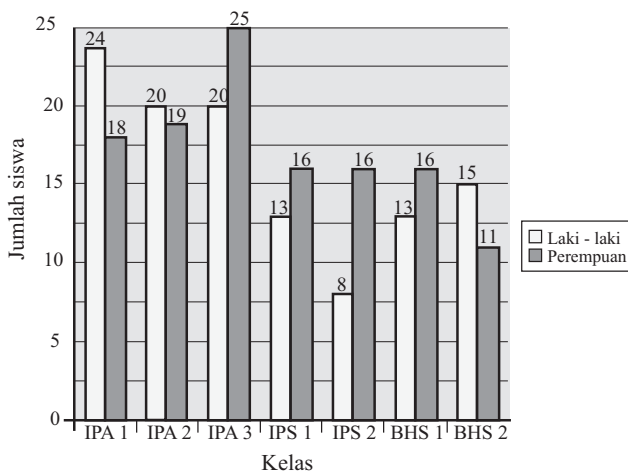
Dengan aturan Sturges, buatlah tabel distribusi frekuensi berkelompok data di atas. Kemudian, buatlah tabel frekuensi kumulatif kurang dari dan lebih dari.

3. Perhatikan data berikut.

Tahun	Banyak Siswa
1999	95
2000	100
2001	112
2002	193
2003	117
2004	126
2005	180
2006	100
2007	130
2008	160

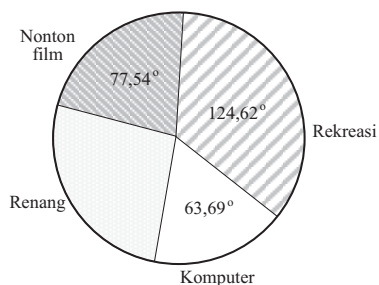
Data di samping adalah data banyak siswa dari suatu SMA yang meneruskan ke perguruan tinggi pada suatu tahun. Buatlah frekuensi kumulatif kurang dari, frekuensi kumulatif lebih dari, ogif positif, ogif negatif, dan histogramnya. Kemudian, tentukan simpangan rata-rata dan standar deviasinya. Tentukan ketiga kuartil, desil ke-1 dan desil ke-7.

4. Berikut ini adalah data siswa kelas XI SMA Pangkalan Balai pada tahun pelajaran 2006/2007 yang ditampilkan dalam diagram batang.



Gambar 1.16

- Berapa jumlah siswa kelas XI secara keseluruhan?
 - Berapa jumlah siswa laki-laki kelas XI?
 - Berapa persen siswa perempuan yang masuk program Bahasa dari keseluruhan siswa perempuan yang ada?
 - Kelas manakah yang mempunyai jumlah siswa terbanyak?
5. Diagram lingkaran berikut menunjukkan 126 siswa yang memiliki hobi tertentu.



Gambar 1.17

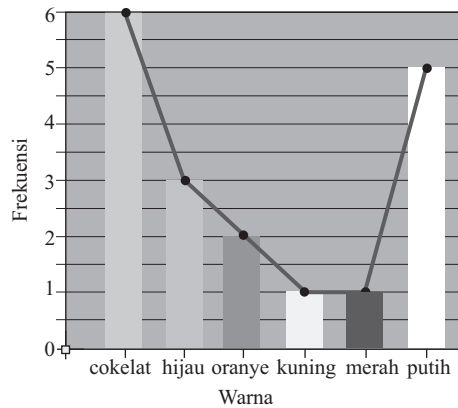
- Tentukan jumlah siswa yang menyukai masing-masing hobi.
 - Tentukan persentase siswa yang menyukai masing-masing hobi.
6. Gambar berikut menyajikan poligon frekuensi jumlah permen dengan warna tertentu yang ada dalam sekaleng permen.

Tantangan

Kreativitas

- Kerjakan di buku tugas

Dalam suatu perusahaan, rata-rata tinggi pegawai laki-laki adalah 165 cm, rata-rata tinggi pegawai wanita 160 cm, dan rata-rata tinggi pegawai keseluruhan 162 cm. Tentukan perbandingan banyak pegawai laki-laki dan pegawai wanita dalam perusahaan tersebut.



Gambar 1.18

Berdasarkan gambar di atas, tentukan

- banyaknya semua permen dalam kaleng;
- persentase jumlah permen untuk setiap warna;
- perbandingan banyaknya permen warna orange dan warna coklat.

Tantangan

Penalaran

• Kerjakan di buku tugas

Perhatikan tabel berikut.

Data	Frekuensi
11–15	4
16–20	15
21–25	7
26–30	3
31–35	1

- Manakah pernyataan berikut yang benar?
 - Median terletak pada kelas ke-3.
 - Banyaknya data seluruhnya adalah 25.
 - Jangkauannya 34.
 - Modus terletak pada kelas ke-2.
 - Meannya 20.
- Tentukan median, kuartil ke-2, desil ke-1, dan desil ke-5.

- Dalam suatu kelas terdapat 21 siswa. Nilai rata-rata ujian Matematikanya adalah 6. Jika seorang siswa yang paling rendah nilainya tidak diikutsertakan maka nilai rata-ratanya menjadi 6,2. Berapakah nilai ujian Matematika terendah tersebut?
- Diketahui x_0 adalah nilai rata-rata dari $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. Tentukan nilai rata-rata dari

$$\frac{x_1 + 1}{2}, \frac{x_2 + 2}{2}, \frac{x_3 + 3}{2}, \dots, \frac{x_{10} + 10}{2}$$

- Pada ujian Matematika yang diikuti 40 siswa, rata-rata nilainya 32. Karena nilai rata-ratanya terlalu rendah maka Sang guru mengambil kebijakan, yaitu mengalikan nilai setiap siswa dengan 2, kemudian dikurangi 10. Berapa nilai rata-rata sekarang?
- Data penghasilan karyawan di sebuah perusahaan swasta adalah sebagai berikut.

Penghasilan Per Bulan (Rp)	Banyak Karyawan
400.000 – 449.000	225
450.000 – 499.000	100
500.000 – 549.000	75
550.000 – 599.000	75
600.000 – 649.000	50
650.000 – 699.000	50
> 700.000	25

- Buatlah histogram data di atas. Kemudian, buatlah ogif positif dan negatifnya.
- Tentukan nilai mean (dengan 3 cara), median, dan modulusnya.
- Tentukan simpangan rata-rata, varians, dan standar deviasinya.
- Tentukan kuartil ke-3, desil ke-5, dan desil ke-8.

F. Pemeriksaan Data yang Tidak Konsisten

Tentu kalian masih ingat dengan pengertian kuartil (Q_1, Q_2, Q_3), jangkauan antarkuartil (J_K), dan langkah (L). Di samping itu, kita juga telah belajar pagar dalam (P_D) dan pagar luar (P_L) yang nilainya

$$P_D = Q_1 - L$$

$$P_L = Q_3 + L$$

Ingat, besarnya satu langkah ditentukan dengan $L = \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1)$.

Ukuran-ukuran statistik ini akan kita gunakan dalam memeriksa data yang berbeda dari kelompoknya. Data yang berbeda dari kelompoknya disebut sebagai *data pencilan* (*outlier*), sedangkan data yang tidak berbeda dari kelompoknya disebut *data normal*. Pada pembahasan kali ini, kita hanya memfokuskan pada data pencilan atau data yang tidak konsisten dalam kelompoknya.

Data pencilan berada kurang dari 1 langkah di bawah Q_1 atau lebih dari 1 langkah di atas Q_3 . Lebih jauh lagi, jika suatu data terletak 2 langkah di bawah Q_1 atau 2 langkah di atas Q_3 maka data itu dinamakan *data ekstrem*. Jadi, data ekstrem pasti merupakan pencilan.

Misalkan diberikan suatu data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Berdasarkan keterangan di atas, untuk memeriksa apakah x_i (untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$) merupakan data normal atau data pencilan, dapat digunakan ketentuan berikut.

Jika $P_D \leq x_i \leq P_L$ maka x_i merupakan data normal.

Jika $x_i < P_D$ atau $x_i > P_L$ maka x_i merupakan data pencilan.

Permasalahannya sekarang adalah apa yang menyebabkan suatu data merupakan data pencilan? Kemungkinan-kemungkinan yang dapat mengakibatkan munculnya data pencilan adalah sebagai berikut.

Tugas: Investigasi

- Kerjakan di buku tugas

Misalkan dalam perkampungan yang beternak ayam petelur, didata jumlah telur yang dihasilkan per hari. Dalam data tersebut, tercatat sebagai berikut.

Data banyak telur yang dihasilkan per hari dalam sebuah peternakan ayam petelur

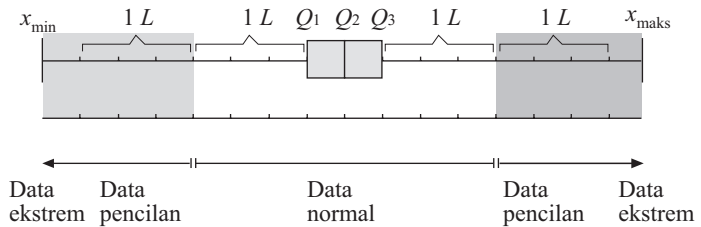
250 350 205 310 450 425
400 400 350 375 300 350
325 305 310 250 110 255
90 305 305 310 350 360

Coba kamu selidiki, adakah data pencilannya? Jika ada, kira-kira (menurutmu) apa penyebabnya?

1. Kesalahan pencatatan data.
2. Kesalahan teknis pengukuran.
3. Data tersebut merupakan data yang menyimpang, seperti data diperoleh dari bibit unggul di antara bibit yang tidak unggul atau terjadinya sifat anomali pada air.

Dengan menggunakan diagram kotak garis, kalian akan dapat dengan mudah menentukan apakah suatu data berbeda dari kelompoknya atau tidak.

Perhatikan diagram kotak garis berikut.



■ **Gambar 1.19**

Dari gambar di atas, terlihat bahwa data pencilan memiliki jarak lebih dari 1,5 langkah dari Q_1 maupun Q_3 .

Contoh:

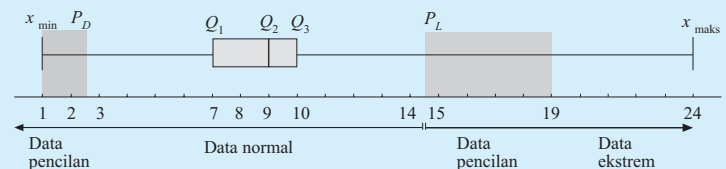
Misalkan diberikan data: 1, 2, 6, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 12, 24.

Dari data di atas, apakah ada pencilannya? Selidiki pula adakah data ekstrem?

Jawab:

Dari data di atas, diperoleh $Q_1 = 7$, $Q_2 = 9$ dan $Q_3 = 10$. Dengan demikian, diperoleh

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1) & P_D &= Q_1 - L & P_L &= Q_3 + L \\
 & & &= 7 - 4,5 & &= 10 + 4,5 \\
 & & &= 2,5 & &= 14,5 \\
 & & &= 4,5 & &
 \end{aligned}$$



■ **Gambar 1.20**

Tantangan

Penalaran

- Kerjakan di buku tugas

Diberikan suatu data tentang jumlah sodium yang terkandung dalam setiap potong keju (dalam miligram) pada 8 merek keju.

340	300	520	340
320	290	260	330

- Buatlah diagram kotak garisnya.
- Adakah data pencilan dan data ekstremnya?

Data x_i merupakan pencilan jika $x_i < P_D$ atau $x_i > P_L$.
 Karena $P_D = 2,5$ dan $P_L = 14,5$ maka data yang memenuhi $x_i < 2,5$ atau $x_i > 14,5$ adalah 1, 2, dan 24.

Sekarang akan kita selidiki adakah data ekstremnya.

Karena 1 langkah = 4,5 maka $2L = 9$. Jadi, misal x_i data ekstrem maka $x_i < Q_1 - 2L$ atau $x_i > Q_3 + 2L$.

Dengan demikian, data ekstrem berada pada $x_i < 7 - 9 = -2$ atau $x_i > 10 + 9 = 19$. Oleh karena itu, yang merupakan data ekstrem adalah 24

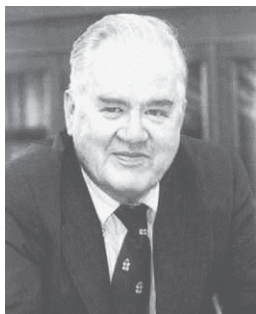
Mari Berdiskusi

Mengomunikasikan gagasan

Apakah pencilan suatu data harus dibuang agar memperoleh data normal? Berikan alasanmu. Apa akibatnya jika data pencilan dihilangkan?

Jendela Informasi

Informasi lebih lanjut



Tukey (1915–2000)

■ Sumber: www.cygo.com

John Wilder Tukey

Salah satu tokoh statistika yang cukup terkenal adalah Tukey. Jika kamu belajar tentang Metode Statistik, kamu tentu akan sangat dekat dengan aturan-aturan (teori) Tukey. Statistika ini lebih dekat ke statistika inferensi. Nama lengkapnya adalah **John Wilder Tukey** (1915-2000). Dia lahir di New Bedford, Massachusetts, Amerika Serikat pada tanggal 16 Juni 1915. Setelah menyelesaikan sekolah Pre-College-nya di rumah, ia mengambil S1 dan S2 dalam bidang Kimia. Setelah itu, ia mengambil program S3 dalam bidang Matematika. Sepanjang hidupnya, ia memberi kontribusi yang sangat besar untuk kepentingan umum. Ia juga seorang penasihat Presiden Amerika Serikat Eisenhower, Kennedy, dan Johnson. Carilah informasi tentang Tukey dan karyanya dalam bidang statistika di perpustakaan atau internet.

Sumber: www.mysciencblog.com

• Kerjakan di buku tugas

Soal Kompetensi 3

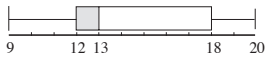
- Manakah di antara data berikut yang merupakan data normal?
 - 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
 - 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3
 - 2, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 22, 24
 - 3, 2, 8, 8, 7, 6, 5, 3, 4, 15, 25
 - 3, 7, 9, 12, 20, 15, 17, 8, 6

Tantangan

Eksplorasi

- Kerjakan di buku tugas

Sebanyak 20 pohon dicatat tahan hidupnya dan disajikan dalam diagram kotak garis berikut (dalam tahun).



- Tentukan ketiga kuartilnya.
- Berapa persen pohon yang tahan hidup antara 12–18 tahun?
- Berapa persen pohon yang tahan hidup 9–12 tahun?
- Berapa persen pohon yang tahan hidup 18–20 tahun?
- Dapatkah rata-rata ditentukan dari diagram itu?
- Jika salah satu pohon tersebut hidup hingga 19 tahun, apa tanggapanmu terhadap tahan hidup pohon itu dibanding tahan hidup pohon secara keseluruhan? Jelaskan.

- Misalkan diberikan data: 5, 5, 3, 2, 1, 7, 9, 12, 15, 21, 7, 6, 8, 4.
 - Adakah data pencilannya?
 - Jika ada, sebutkan data pencilan itu.

- Di suatu daerah pertanian jagung yang terdiri atas 10 kelompok area pertanian, pada suatu musim panen, hasilnya tercatat sebagai berikut (dalam kwintal).

1.100	1.200	1.210	1.100	2.110
3.500	2.100	1.210	2.200	1.010

- Tentukan statistik lima serangkai, kemudian gambarkan diagram kotak garisnya.
 - Apakah data hasil pertanian di atas merupakan data normal?
 - Jika ada pencilannya, coba kalian tentukan.
- Seorang peternak ayam petelur, dari sejumlah ayam yang dimilikinya, dalam 16 hari menghasilkan telur sebagai berikut.

300	350	354	200	360	400	170	300
250	240	450	420	380	390	110	380

Dari data telur yang dihasilkan ternak di atas, adalah data telur yang aneh? Jika ada data manakah itu? Kemungkinan apakah yang menyebabkannya sehingga data tersebut aneh?

- Para ilmuwan lingkungan sedang meneliti kandungan racun (merkuri) salah satu spesies lumba-lumba. Berikut ini adalah data kandungan merkuri (dengan satuan mikrogram/gram) yang terkandung dalam hati 28 lumba-lumba.

1,70	183,00	221,00	286,00
1,72	168,00	406,00	315,00
8,80	218,00	252,00	241,00
5,90	180,00	329,00	397,00
101,00	264,00	316,00	209,00
85,40	481,00	445,00	314,00
118,00	485,00	278,00	318,00

- Buatlah diagram kotak garisnya.
 - Adakah data pencilan dan data ekstremnya?
- Diberikan data berat (dalam pon) dari 27 kemasan daging sapi.

0,75	0,83	0,87	0,89	0,89
0,93	0,96	0,96	0,97	0,98
1,08	1,08	1,12	1,12	1,14
1,18	1,18	1,24	1,28	1,38
0,89	0,99	1,14	1,41	0,92
1,06	1,17			

- Tentukan statistik lima serangkai.
- Buatlah diagram kotak garis.
- Ada berapa jumlah data normal?
- Adakah data pencilan dan data ekstremnya?

Rangkuman

- Suatu data dapat disajikan dengan garis, lingkaran, batang, batang daun, dan sebagainya.
- Ukuran pemusatan terdiri atas mean (nilai rata-rata), median, modus, kuartil, dan desil.
- Ukuran penyebaran terdiri atas jangkauan, simpangan kuartil, varians, dan standar deviasi.
- Frekuensi kumulatif merupakan frekuensi akumulasi dengan frekuensi lainnya yang berurutan, sedangkan kurvanya dinamakan kurva ogif.
- Nilai-nilai statistik

- Mean

- 1) mean data tunggal

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- 2) mean data berkelompok

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^r f_i x_i}{\sum_{i=1}^r f_i}$$

Jika rata-rata hitung ditentukan dengan menggunakan rata-rata sementara \bar{x}_s , maka rata-rata data berkelompok dapat ditentukan dengan rumus

$$\bar{x} = \bar{x}_s + \frac{\sum_{i=1}^r f_i d_i}{\sum_{i=1}^r f_i}$$

- Kuartil-kuartil data berkelompok

$$Q_i = t_b + k \left[\frac{\frac{in}{4} - F_k}{f_{Q_i}} \right], \text{ dengan } i=1, 2, 3$$

Khusus untuk kuartil tengah atau kuartil ke-2 disebut median.

- Modus data berkelompok

$$M_0 = t_b + k \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right]$$

- Simpangan rata-rata data berkelompok

$$S_R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r f_i |x_i - \bar{x}|$$

- Varians

- 1) Varians data tunggal

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

- 2) Varians data berkelompok

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r f_i (x_i - \bar{x})^2$$

Jika varians diakarkan, hasilnya disebut deviasi standar.

- Data yang berbeda dari kelompoknya (tidak konsisten) dinamakan pencilan, sedangkan data yang tidak berbeda dari kelompoknya (konsisten) dinamakan data normal.

Refleksi

Setelah mempelajari statistika, tentu kalian sudah mengetahui bagaimana cara membaca data dan menyajikan data baik dalam bentuk diagram maupun tabel. Menurutmu, apakah materi ini membantu kalian dalam melakukan kegiatan

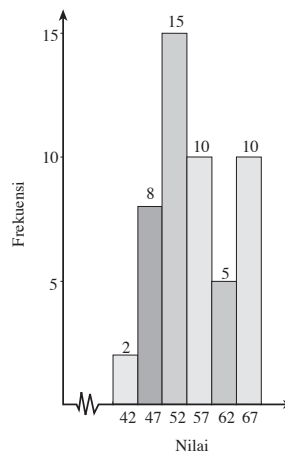
statistika? Setujukah kalian dengan pernyataan bahwa dalam statistika, segala sesuatu yang berkaitan dengan data dapat diramalkan karakteristik data ke depannya? Berikan penjelasan.

Tes Kemampuan Bab I

• Kerjakan di buku tugas

A. Pilihlah jawaban yang tepat dengan memberi tanda silang (x) pada huruf a, b, c, d, atau e.

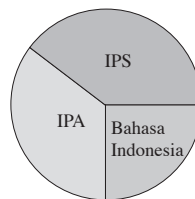
- Diketahui sebuah data: 8, 7, 7, 3, 4, 4, 5, 5, 4, 5, 5, 5, 7, 7, 6, 6
Median data tersebut adalah
a. 4,5 d. 6,0
b. 5,0 e. 6,5
c. 5,5
- Mean ulangan Matematika dari 34 siswa adalah 49. Jika nilai ulangan Matematika salah satu siswa digabungkan, mean ulangan Matematika menjadi 50. Nilai ulangan Matematika siswa itu adalah
a. 50 d. 80
b. 55 e. 84
c. 60
- Dari 4 bilangan diketahui bilangan yang terkecil adalah 20 dan yang terbesar 48. Rata-rata hitung keempat bilangan tersebut tidak mungkin
(1) < 26 (3) > 42
(2) < 25 (4) > 43
Jawaban yang benar adalah (UMPTN 1989)
a. (1), (2), dan (3)
b. (1) dan (3)
c. (1) dan (4)
d. (4)
e. semuanya benar
- Kuartil atas dari data: 7, 3, 5, 12, 9, 10, 8, 8, 4, 4, 3, 4, 7, 8 adalah
a. 4 d. 8,25
b. 6,5 e. 8,5
c. 7
- Rata-rata dari data yang disajikan dengan histogram di bawah ini adalah (Ebtanas 1994)
a. 52,5
b. 55,5
c. 55,8
d. 60,3
e. 60,5
- Dari: 3, 4, 5, 5, 6, 6, 6 dapat ditentukan median, rata-rata, jangkauan, dan modusnya berturut-turut adalah
a. 5, 5, 3, 6 d. 5, 5, 6, 3
b. 5, 3, 5, 6 e. 5, 5, 5, 6
c. 6, 6, 3, 5



7. Suatu keluarga mempunyai 8 orang anak. Anak A berumur $x + 1$ tahun dan anak B berumur $2x + 1$ tahun. Enam anak yang lain berturut-turut berumur $x + 2, x + 3, x + 4, \dots, x + 7$. Apabila rata-rata umur kedelapan anak tersebut adalah 7 tahun maka umur anak A adalah
 - a. 8 tahun
 - b. 6 tahun
 - c. 5 tahun
 - d. 4 tahun
 - e. 3 tahun
8. Jika 30 siswa kelas XI IPS-1 mempunyai nilai rata-rata ujian Matematika 6,5; 25 siswa kelas XI IPS-2 mempunyai rata-rata 7; dan 20 siswa kelas XI IPS-3 mempunyai rata-rata 8 maka rata-rata nilai Matematika seluruh siswa kelas XI IPS adalah
 - a. 7,16
 - b. 7,10
 - c. 7,07
 - d. 7,04
 - e. 7,01
9. Desil ke-6 dari: 2,4; 2,7; 5,3; 4,8; 4,3; 3,4; 3,7; 2,5; 4,7; 4,0; 2,9; 3,5; 5,1; 5,7; 2,1 adalah
 - a. 3,44
 - b. 3,70
 - c. 4,18
 - d. 5,04
 - e. 5,46
10. Sebuah data yang terdiri atas n datum, mempunyai nilai mean \bar{x} . Jika setiap datum dari data itu ditambah dengan 5, nilai mean data baru adalah
 - a. \bar{x}
 - b. $\bar{x} + 5$
 - c. $\bar{x} + 5n$
 - d. $n\bar{x}$
 - e. $n\bar{x} + 5$
11. Berikut ini yang termasuk komponen statistik lima serangkai adalah
 - a. statistik umum, kuartil bawah, kuartil tengah, kuartil atas, desil ketiga
 - b. statistik umum, desil pertama, desil kelima, desil kesepuluh, statistik maksimum

- c. statistik minimum, kuartil pertama, kuartil kedua, kuartil ketiga, statistik maksimum
- d. mean, median, modus, varians, standar deviasi
- e. mean, modus, kuartil pertama, kuartil kedua, kuartil ketiga

12. Diagram lingkaran di samping menyatakan perbandingan banyaknya pelajar yang memilih jurusan-jurusan IPA, IPS, dan Bahasa.



Banyaknya pelajar yang memilih jurusan IPA adalah

- (1) lebih besar dari jurusan bahasa
- (2) tepat 25%
- (3) lebih dari 25% tetapi kurang dari 50%
- (4) lebih dari 50% tetapi kurang dari 70%

Jawaban yang tepat adalah (PPI 1980)

- a. (1), (2), dan (3)
 - b. (1) dan (3)
 - c. (2) dan (4)
 - d. (4)
 - e. semuanya benar
13. Untuk memudahkan perhitungan, semua nilai data pengamatan dikurangi 1.300. Nilai-nilai baru menghasilkan jangkauan 28, rata-rata 11,7, simpangan kuartil 7,4 dan modus 12. Data aslinya mempunyai
 - (1) rata-rata = 1.311,7
 - (2) jangkauan = 28
 - (3) modus = 1.312
 - (4) simpangan kuartil = 657,4
 Jawaban yang benar adalah (Sipenmaru 1986)
 - a. (1), (2), dan (3)
 - b. (1) dan (3)
 - c. (2) dan (4)
 - d. (4)
 - e. semuanya benar

14. Perhatikan tabel berikut. Mean dari data tersebut adalah ...

Nilai	Frekuensi
6	6
7	6
8	8
9	10
10	11

- a. 6,00
- b. 7,50
- c. 7,75
- d. 8,00
- e. 8,55

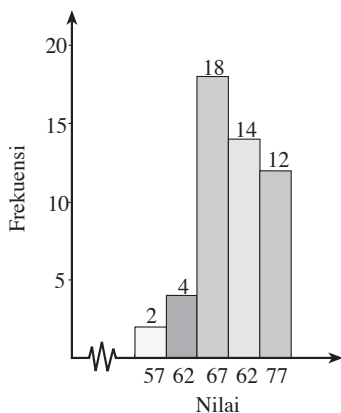
15. Tinggi badan dari sekelompok siswa disajikan dalam tabel berikut.

Tinggi (cm)	Frekuensi
140 – 144	6
145 – 149	6
150 – 154	10
155 – 159	6
160 – 164	5

Nilai mean dari data di atas adalah

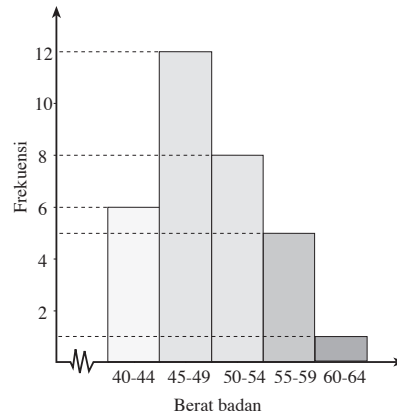
- a. 141,5
- b. 151,6
- c. 154
- d. 155,2
- e. 160,2

16. Histogram pada gambar berikut menunjukkan nilai tes Matematika di suatu kelas. Nilai rata-ratanya adalah



- a. 69
- b. 69,5
- c. 70
- d. 70,5
- e. 71

17. Diagram di bawah ini menyajikan data berat badan (dalam kg) dari 40 siswa, modusnya adalah (UAN 2003)



- a. 46,1
- b. 46,5
- c. 46,9
- d. 47,5
- e. 48,0

18. Standar deviasi dari suatu data adalah nol. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa ...

- a. mean < median
- b. mean < modus
- c. mean = jangkauan data
- d. mean = median
- e. median < modus

19. Misalkan mean dari data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$

adalah \bar{x} . Jika data diatur dengan pola $\frac{1}{2}x_1$

$+ 2, \frac{1}{2}x_2 + 4, \frac{1}{2}x_3 + 6, \dots, \frac{1}{2}x_{10} + 20$, mean data baru adalah ...

- a. $\bar{x} + 11$
- b. $\bar{x} + 12$
- c. $\frac{1}{2}\bar{x} + 11$
- d. $\frac{1}{2}\bar{x} + 12$
- e. $\frac{1}{2}\bar{x} + 20$

20. Gaji karyawan suatu pabrik ditampilkan dalam tabel berikut.

Gaji (×Rp10.000,00)	Frekuensi
66 – 70	3
71 – 75	12
76 – 80	x
81 – 85	36
86 – 90	24
91 – 95	y
96 – 100	9
Jumlah	120

Jika modus data di atas adalah Rp830.000,00 maka $x - y = \dots$

- a. 6
- b. 12
- c. 18
- d. 20
- e. 24

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan benar.

1. Berat badan dari sejumlah siswa ditampilkan dalam tabel berikut.

Berat Badan (kg)	Frekuensi
44 – 46	5
47 – 49	3
50 – 52	6
53 – 55	8
56 – 58	7
59 – 61	3

Tentukan

- a. mean, median, dan modus;
 - b. Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .
2. Kelas A terdiri atas 45 siswa dan kelas B terdiri atas 40 siswa. Nilai rata-rata kelas A adalah 5 lebih tinggi dari rata-rata kelas B. Apabila semua nilai kedua kelas digabung maka rata-ratanya menjadi 58. Berapakah nilai rata-rata kelas A?

3. Pada suatu ujian mata pelajaran Ekonomi, diketahui bahwa nilai rata-rata kelas adalah 58. Apabila nilai rata-rata mata pelajaran Ekonomi untuk siswa pria adalah 65, dan untuk siswa wanita adalah 54, tentukan perbandingan jumlah siswa pria dan wanitanya.

4. Dua jenis teh, yaitu teh Sukabumi dan teh Slawi dicampur. Teh Sukabumi harganya Rp960,00/kg dan teh Slawi harganya Rp1.200,00/kg. Tentukan perbandingan banyaknya masing-masing teh untuk mendapatkan teh campuran berharga Rp1.000,00/kg.

5. Seorang siswa telah mengikuti tes sebanyak 8 kali dan memperoleh rata-rata 80. Berapakah nilai yang harus diperoleh pada tes selanjutnya supaya rata-ratanya menjadi 82?

Kata Bijak

Jangan menganggap remeh diri sendiri karena setiap orang memiliki potensi yang tak terhingga.

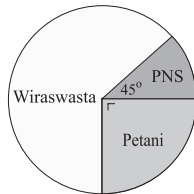
Latihan Ulangan Umum Semester 1

• Kerjakan di buku tugas

A. Pilihlah jawaban yang tepat dengan memberi tanda silang (x) pada huruf a, b, c, d, atau e.

1. Gambar berikut menggambarkan pekerjaan orang tua dari 36 siswa. Banyak orang tua siswa yang pekerjaannya sebagai wiraswasta lebih kurang ... orang.

- 15
- 18
- 20
- 23
- 30



2. Diketahui data sebagai berikut: 2,0; 3,5; 5,0; 7,0; dan 7,5. Jika deviasi (simpangan) rata-rata nilai tersebut yang

dinyatakan dengan rumus $\sum_{i=1}^n \frac{|x_i - \bar{x}|}{n}$,

dengan $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ maka deviasi rata-rata data di atas adalah

- 0
 - 1,0
 - 1,8
 - 2,6
 - 5,0
3. Suatu data mempunyai rata-rata 16 dan jangkauan 6. Jika setiap data dikalikan p , kemudian dikurangi dengan q , diperoleh data baru dengan rata-rata 20 dan jangkauan 9. Nilai $2p + q = \dots$
- 3
 - 4
 - 7
 - 8
 - 9
4. Tahun yang lalu, gaji per bulan dari 5 orang karyawan (dalam ribuan rupiah) adalah sebagai berikut: 480, 360, 650, 700, 260. Tahun ini, gaji mereka naik 15% bagi yang sebelumnya bergaji kurang dari Rp500.000,00 dan 10% bagi yang sebelumnya bergaji lebih dari

Rp500.000,00. Rata-rata besarnya kenaikan gaji semua karyawan per bulan adalah

- Rp60.000,00
- Rp62.000,00
- Rp63.000,00
- Rp64.000,00
- Rp65.000,00

5. Modus dari data: 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4 adalah

- 4
- 4,5
- 8
- 10
- tidak ada

6. Diketahui suatu data: $x, 2, 4, 3, 2, 5, 9, 7$, 6. Apabila jangkauan dari data tersebut 8, nilai x adalah

- 1 saja
- 2 saja
- 10 saja
- 1 atau 10
- semua salah

7. Jika jumlah enam buah bilangan adalah 5 lebih besar dari rata-rata keenam bilangan tersebut maka jumlah keenam bilangan tersebut adalah

- 6
- 8
- 10
- $6\frac{1}{4}$
- $7\frac{2}{3}$

8. Pada suatu ujian yang diikuti 50 siswa diperoleh rata-rata ujian 35, dengan median 40, dan simpangan kuartil 40. Karena rata-rata terlalu rendah maka semua nilai dikalikan 2, kemudian dikurangi 15. Akibatnya, (Sipenmaru 1988)

- rata-rata nilai menjadi 65
- rata-rata nilai menjadi 55
- simpangan kuartil menjadi 80
- simpangan kuartil menjadi 5
- median menjadi 80

9. Umur rata-rata (rata-rata hitung) dari suatu kelompok yang terdiri atas dokter dan jaksa adalah 40 tahun. Jika umur rata-rata dokter adalah 35 tahun dan umur rata-rata para jaksa adalah 50 tahun maka perbandingan banyaknya dokter dan banyaknya jaksa adalah (UMPTN 1989)
- 3 : 2
 - 3 : 1
 - 2 : 3
 - 2 : 1
 - 1 : 2
10. Berikut ini yang bukan termasuk komponen statistik lima serangkai adalah
- mean
 - statistik maksimum
 - median
 - statistik minimum
 - kuartil bawah
11. Diketahui 3 buah data pengamatan. Rata-rata ketiga data tersebut adalah 15, median 15, dan jangkauannya 10. Data pengamatan terbesar dari ketiga data tersebut adalah
- 18
 - 19
 - 20
 - 21
 - 22
12. Diketahui data yang terdiri atas 2, 8, 4, 6, a , 2, 5, 8, 3, 7. Jika median dari data-data tersebut adalah 5,5 maka berikut ini yang bukan merupakan kemungkinan-kemungkinan nilai a adalah
- 6
 - 7
 - 8
 - 9
 - 10
13. Dari 4 buah bilangan diketahui bahwa bilangan terkecil adalah 24 dan terbesar adalah 36. Rata-rata keempat bilangan tersebut tidak mungkin sama dengan
- 26
 - 27
 - 28
 - 29
 - 30
14. Nilai rata-rata ujian dari 39 orang siswa adalah 45. Jika nilai seorang siswa lain digabungkan ke kelompok tersebut, rata-rata nilai ujian 40 orang siswa menjadi 46. Berarti, nilai ujian anak itu adalah
- 47
 - 51
 - 85
 - 90
 - 92
15. Jika r adalah rata-rata nilai dari data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ maka rata-rata nilai dari data $x_1 + 10, x_2 + 9, x_3 + 8, \dots, x_{10} + 1$ adalah
- $r + 2$
 - $r + 10$
 - $r + 1$
 - $r + 5$
 - $r + 5,5$
16. Suatu ujian Matematika diikuti oleh 40 siswa. Rata-rata nilai dari semua siswa adalah 32 dengan standar deviasi 25. Karena nilainya terlalu rendah, selanjutnya nilai setiap siswa dikalikan 2 lalu dikurangi 10. Pernyataan di bawah ini yang benar adalah
- nilai rata-rata menjadi 54
 - nilai rata-rata menjadi $63\frac{3}{4}$
 - deviasi standar 25
 - deviasi standar 40
 - deviasi standar 50

17. Ada lima orang dalam ruangan yang belum saling mengenal. Apabila mereka ingin saling berkenalan dengan berjabat tangan sekali kepada setiap orang maka jabat tangan yang terjadi sebanyak
- 5 kali
 - 10 kali
 - 15 kali
 - 20 kali
 - 24 kali

18. Rata-rata, median, dan modus data pada tabel di samping berturut-turut adalah
- | Nilai | <i>f</i> |
|-------|----------|
| 4 | 2 |
| 5 | 9 |
| 6 | 12 |
| 7 | 8 |
| 8 | 6 |
| 9 | 3 |
- 6,0; 5,5; dan 6
 - 6,2; 6; dan 6
 - 6,4; 6; dan 6
 - 6,6; 6,5; dan 6
 - 6,8; 6,5; dan 6

19. Perhatikan tabel berikut:

Berat (kg)	Frekuensi
31–36	4
37–42	6
43–48	9
49–54	14
55–60	10
61–66	5
67–72	2

Modus pada tabel tersebut adalah ... kg. (UN 2007)

- 49,06
 - 50,20
 - 50,70
 - 51,33
 - 51,83
20. Diketahui sebuah data:
a, *b*, 7, 3, 4, 4, 5, 5, 4, 5, 5, 5, 7, *c*, 6, 6
 Jika *a*, *b*, dan *c* ketiganya memiliki nilai tidak kurang dari 7, median data tersebut adalah
- 6,5
 - 6,0
 - 5,5
 - 5,0
 - 4,5

21. Nilai rata-rata data pada tabel distribusi frekuensi di bawah ini adalah

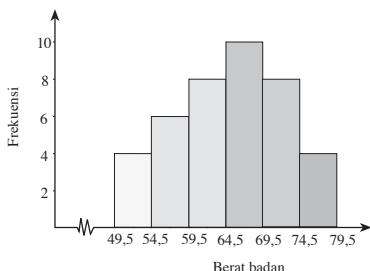
Nilai	<i>f</i>
31 – 40	2
41 – 50	5
51 – 60	13
61 – 70	12
71 – 80	9
81 – 90	4

- 57,8
 - 59,8
 - 61
 - 62
 - 62,8
22. Median dari data berikut adalah

Berat Badan	Frekuensi
47 – 49	3
50 – 52	6
53 – 55	8
56 – 58	7
59 – 61	6

- 50,25
 - 51,75
 - 53,25
 - 54,00
 - 54,75
23. Mean ulangan Matematika dari 30 siswa adalah 7,7. Jika nilai ulangan Matematika dari 5 orang siswa lainnya digabungkan, mean ulangan Matematika dari sekelompok siswa itu menjadi 8,0. Nilai mean ulangan Matematika dari 5 siswa yang digabungkan itu adalah
- 9,8
 - 9,5
 - 8,5
 - 8,3
 - 8,05
24. Daftar distribusi berikut ini menyatakan hasil ulangan Matematika. Siswa yang lulus adalah yang mendapat nilai 55,5. Modus dari data tersebut adalah
- 36
 - 44
 - 54
 - 56
 - 60

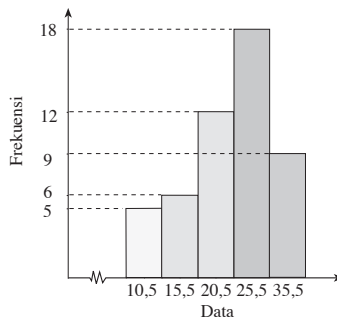
25. Berikut ini yang merupakan ukuran letak suatu data adalah
- modus
 - simpangan baku
 - mean
 - desil
 - varians
26. Modus data: 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4 adalah
- 1
 - 4
 - 1 dan 4
 - 2,5
 - tidak ada
27. Sebuah data yang terdiri atas n datum memiliki mean a . Jika setiap datum dari data itu ditambah dengan $2n + 1$, nilai mean data yang baru adalah
- $a + 2n + 1$
 - $an + 2$
 - $(a + 2)n + 1$
 - $(a + 1)n + 1$
 - $(a + 1)n + 2$
28. Perhatikan gambar berikut.



Berat badan siswa pada suatu kelas disajikan dengan histogram seperti pada gambar. Rataan berat badan tersebut adalah ... kg. (UN 2006)

- 64,5
- 65
- 65,5
- 66
- 66,5

29. Nilai rata-rata dari data pada histogram berikut adalah (UN 2004)



- 23
- 25
- 26
- 28
- 30

30. Rataan skor dari data pada tabel adalah (UN 2005)

Skor	Frekuensi
0-4	4
5-9	6
10-14	9
15-19	14
20-24	10
25-29	5
30-34	2

- 15,5
- 15,8
- 16,3
- 16,5
- 16,8

31. Median dari data umur pada tabel di bawah adalah (UN 2004)

Skor	Frekuensi
4 - 7	6
8 - 11	10
12 - 15	18
16 - 19	40
20 - 23	16
24 - 27	10

- 16,5
- 17,1
- 17,3
- 17,5
- 18,3

32. Perhatikan tabel distribusi berikut ini.

Berat Badan	f
47–49	3
50–52	6
53–55	8
56–58	7
59–61	6
Jumlah	30

Pernyataan yang benar berdasarkan tabel di atas adalah

- a. median = 50,75
- b. modus = 55,5
- c. median = 55,75
- d. modus = 45,5
- e. median = 54,75

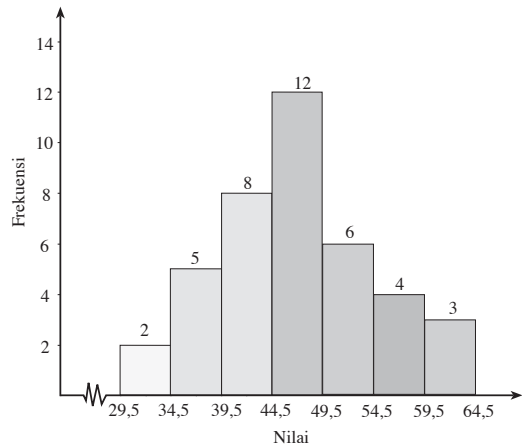
33. Perhatikan tabel berikut ini.

Nilai Ujian	Frekuensi
3	3
4	5
5	12
6	17
7	14
8	6
9	3

Seorang siswa dinyatakan lulus ujian jika nilai ujiannya lebih tinggi dari nilai rata-rata dikurangi 1. Dari data di atas, jumlah siswa yang lulus adalah (Sipenmaru 1985)

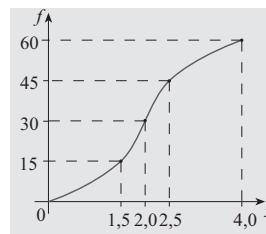
- a. 52
- b. 40
- c. 38
- d. 23
- e. 20

34. Modus dari histogram berikut adalah (UAN 2002)



- a. 47,5
- b. 46,5
- c. 46,4
- d. 45,2
- e. 44,7

35. Perhatikan kurva frekuensi kumulatif dari suatu data berikut.



Dari kurva di atas pernyataan-pernyataan berikut yang benar adalah ...

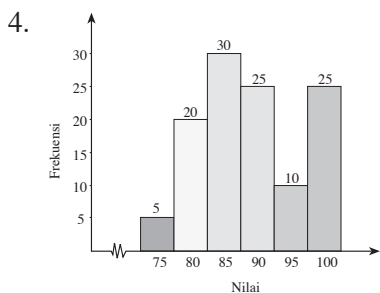
- a. median 2,0, simpangan kuartil 2, dan kuartil ketiga 2,5.
- b. median 2,0 dan kuartil ketiga 2,5.
- c. simpangan kuartil 2 dan mean 30
- d. mean 30
- e. pernyataan a sampai d benar

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan benar.

1. Diadakan test IQ (*Intelligence Quotient*) pada 3 buah kelas dalam suatu sekolah. Jumlah siswa kelas A terdiri atas 40 siswa, kelas B 30 siswa, dan kelas C 40

siswa. Apabila rata-rata IQ semua siswa ketiga kelas tersebut adalah 120,5 dan rata-rata IQ siswa kelas B dan C adalah 125,8, tentukan rata-rata IQ siswa kelas A.

2. Pada suatu kelas, nilai ulangan Matematika dari 20 siswa terdistribusi sebagai berikut.
 9 siswa mendapat nilai 6;
 4 siswa mendapat nilai 7;
 2 siswa mendapat nilai 8;
 3 siswa mendapat nilai 9;
 2 siswa mendapat nilai 10.
- Buatlah histogram dan ogifnya.
 - Tentukan nilai rata-rata dan variansnya.
3. Diketahui gaji 100 karyawan suatu perusahaan mempunyai rata-rata A rupiah, jangkauan B rupiah, kuartil bawah C rupiah, dan kuartil atas D rupiah. Jika gaji setiap karyawan dinaikkan Rp10.000,00, tentukan
- rata-rata gaji karyawan sekarang;
 - jangkauan, kuartil bawah, dan kuartil atas gaji karyawan sekarang.



Perhatikan histogram di atas. Tentukan rata-rata hitung (mean), median, dan modusnya.

5. Tentukan ketiga kuartil, desil ke-3, dan desil ke-7 dari data berkelompok berikut.

Nilai	Frekuensi
30–39	4
40–49	6
50–59	8
60–69	12
70–79	9
80–89	7
90–100	4

6. Diberikan data nilai ujian Matematika di suatu kelas sebagai berikut.

Nilai	Frekuensi
20–34	4
35–49	6
50–64	15
65–79	7
80–94	3

Tentukan

- modus;
- median;
- rata-rata nilai;
- Q_1, Q_2, Q_3 ;
- variens;
- grafik ogif.



Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, diharapkan kalian dapat

1. menggunakan aturan perkalian;
2. menggunakan aturan permutasi;
3. menggunakan aturan kombinasi;
4. menentukan banyak kemungkinan kejadian dari berbagai situasi;
5. menentukan ruang sampel suatu percobaan acak;
6. menentukan peluang kejadian dari berbagai situasi;
7. memberikan tafsiran peluang kejadian dari berbagai situasi;
8. menentukan peluang komplemen suatu kejadian;
9. menggunakan aturan penjumlahan dalam peluang kejadian majemuk;
10. menggunakan aturan perkalian dalam peluang kejadian majemuk.



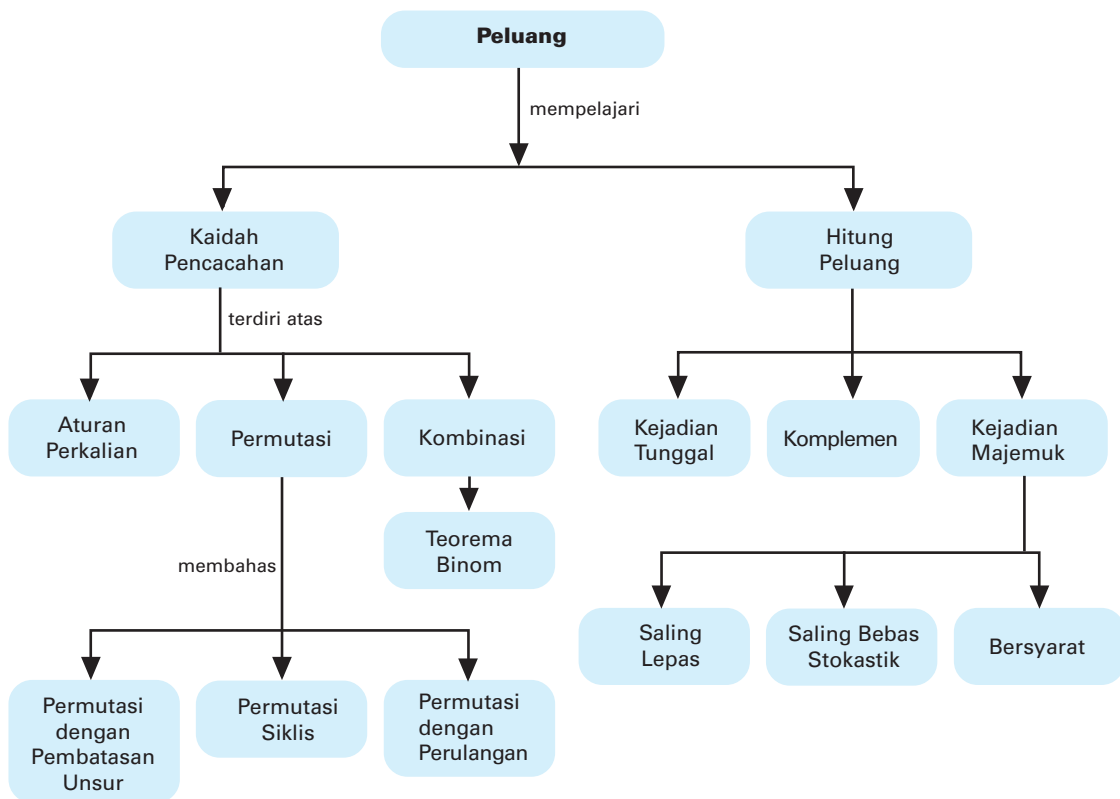
Sumber: Dokumen Penerbit

Peluang

Motivasi

Misalnya kalian pergi ke suatu tempat dan melalui jalan raya yang bercabang. Untuk mencapai tujuan, tentu kalian akan memilih salah satu percabangan jalan itu. Setelah berjalan beberapa kilometer, mungkin kalian akan menemukan percabangan lagi. Kalian harus memilih salah satu percabangan lagi. Banyak pilihan jalan bercabang seperti ini. Untuk setiap percabangan tertentu menuju ke salah satu titik (lokasi) merupakan bagian penting dalam ilmu peluang.

Peta Konsep



Kata Kunci

- aturan perkalian
- binom
- faktorial
- frekuensi harapan
- kejadian
- kejadian majemuk
- kejadian saling bebas stokastik
- kejadian saling lepas
- kemustahilan
- kepastian
- kombinasi
- komplemen
- peluang
- peluang kejadian bersyarat
- percobaan
- permutasi
- permutasi siklis
- populasi
- sampel

Di SMP, kalian telah diperkenalkan dengan ruang sampel, titik sampel, populasi, peluang suatu kejadian, dan frekuensi harapan. Materi-materi ini akan kita bahas dan perluas lagi pada bab ini, dengan penambahan beberapa materi.

Sebelum kalian mempelajari materi ini lebih jauh, ada baiknya kalian kerjakan soal-soal berikut.

Prasyarat

Kerjakan di buku tugas

1. Apakah yang kamu ketahui tentang
 - a. ruang sampel dan titik sampel;
 - b. peluang suatu kejadian;
 - c. frekuensi harapan?
2. Misalnya dalam sebuah kantong plastik terdapat 4 kelereng merah, 5 kelereng putih, dan sebuah kelereng biru. Dari soal tersebut, tentukan
 - a. ruang sampelnya;
 - b. peluang terambil kelereng merah jika dari kantong plastik itu akan diambil sebuah kelereng saja.

Jika kalian telah menjawab pertanyaan-pertanyaan di atas, mari kita lanjutkan mempelajari materi ini.

A. Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi

Tentu kalian pernah dihadapkan pada permasalahan yang berkaitan dengan penentuan suatu keputusan. Misalnya, bagaimana cara menentukan berapa banyak pilihan yang dapat diambil jika pilihan pertama ada 2 cara dilanjutkan dengan pilihan kedua ada 3 cara? Bagaimana pula jika pilihan pertama ada m cara dan pilihan kedua ada n cara?

Untuk menentukan permasalahan-permasalahan demikian, kita dapat menggunakan

1. aturan perkalian;
2. permutasi;
3. kombinasi.

Agar kalian dapat memahami ketiga cara tersebut, pelajari uraian berikut.

1. Aturan Perkalian

Misalnya, kalian akan membeli bolpoin atau pensil di sebuah toko. Di toko itu, tersedia tiga warna bolpoin, yaitu merah, biru, dan hitam. Di toko itu juga tersedia tiga warna pensil, yaitu merah, biru, dan hitam.

Untuk menentukan pilihan, dapat digunakan diagram pohon, tabel persilangan, dan pasangan berurutan. Bagaimana cara kalian menentukan pilihan untuk membeli barang itu? Sebelum mempelajari aturan perkalian lebih lanjut, lakukan Aktivitas berikut.

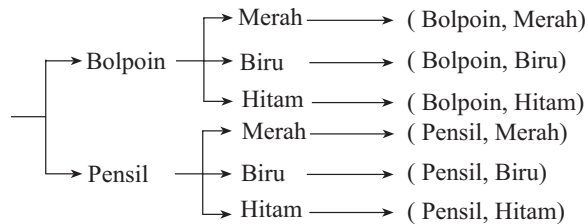
Aktivitas

- Tujuan** : Menentukan banyaknya cara yang berbeda dalam pemilihan.
- Permasalahan** : Bagaimana menentukan banyaknya cara yang berbeda dalam memilih pasangan buku dan bolpoin?
- Kegiatan** :
1. Sediakan 3 buah buku tulis yang berbeda (bisa dipinjam dari temanmu) dan 2 buah bolpoin yang berbeda pula.
 2. Berilah label ketiga buku itu dengan nama yang berbeda, misalnya B1, B2, B3.
 3. Beri label juga kedua bolpoin tersebut dengan nama yang berbeda pula, misalnya P1 dan P2.
 4. Selanjutnya pilihlah salah satu dari 3 buah buku tersebut dan salah satu dari 2 bolpoin. Catatlah nama label dari pasangan buku dan bolpoin yang terpilih tersebut. Misalkan buku yang terpilih adalah B1 dan bolpoin yang terambil adalah P2 maka tulislah B1–P2.
 5. Ulangi kegiatan 4 sampai tidak ada lagi cara yang berbeda untuk memilih pasangan buku dan bolpoin.
 6. Hitunglah banyaknya cara yang berbeda dalam memilih pasangan buku dan bolpoin dari hasil kegiatan 4 dan 5.
- Kesimpulan** : Dari hasil yang diperoleh, apa kesimpulanmu? Coba kaitkan hasil yang diperoleh dengan banyaknya buku dan bolpoin yang tersedia. Apa hubungannya antara hasil yang diperoleh dengan banyaknya buku dan bolpoin? Coba simpulkan.

Setelah kalian malakukan Aktivitas di atas, kalian akan mudah memahami aturan perkalian.

a. Diagram Pohon

Misalnya kalian akan membeli salah satu dari bolpoin atau pensil. Masing-masing bolpoin dan pensil memiliki 3 warna, merah, biru, dan hitam. Dari contoh kasus yang kalian hadapi ini, dapat dinyatakan dalam diagram berikut.



■ **Gambar 2.1**

Dari diagram pohon di atas, diperoleh 6 pasangan pilihan yang dapat kalian ambil, yaitu:

(Bolpoin, Merah) (Pensil, Merah)
 (Bolpoin, Biru) (Pensil, Biru)
 (Bolpoin, Hitam) (Pensil, Hitam)

Pilihan (Bolpoin, Merah) artinya kalian memilih membeli bolpoin berwarna merah. Pilihan (Bolpoin, Biru) artinya kalian memilih membeli bolpoin berwarna biru. Demikian seterusnya.

b. Tabel Persilangan

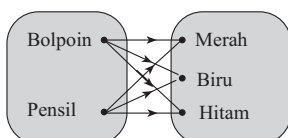
Dengan cara membuat daftar (tabel) persilangan, contoh kasus yang kalian hadapi di atas dapat ditampilkan sebagai berikut.

Barang	Warna		
	Merah	Biru	Hitam
Bolpoin	(Bolpoin, Merah)	(Bolpoin, Biru)	(Bolpoin, Hitam)
Pensil	(Pensil, Merah)	(Pensil, Biru)	(Pensil, Hitam)

Dari tabel di atas, diperoleh 6 pilihan yang dapat kalian ambil.

c. Pasangan Berurutan

Misalkan A himpunan pilihan barang dan B himpunan pilihan warna. Pasangan berurutan A dan B dapat dinyatakan sebagai diagram panah seperti pada **Gambar 2.2**.



■ **Gambar 2.2**

Pada diagram panah di samping dapat disusun pasangan berurutan antara pilihan barang dan pilihan warna sebagai berikut.

(Bolpoin, Merah) (Pensil, Merah)
 (Bolpoin, Biru) (Pensil, Biru)
 (Bolpoin, Hitam) (Pensil, Hitam)

Jadi, diperoleh 6 pasang pilihan yang dapat kalian lakukan.

Ketiga aturan di atas pada dasarnya adalah sebagai berikut. Jika terdapat 2 pilihan, dengan pilihan pertama ada 2 cara dan pilihan kedua ada 3 cara maka banyak cara pemilihan yang mungkin adalah 2×3 cara.

Jika aturan demikian diperluas, diperoleh sebagai berikut. Anggap pilihan pertama yang ada dianggap sebagai suatu tempat. Misalkan terdapat n tempat dengan ketentuan:

- 1) banyak cara untuk mengisi tempat pertama c_1 ;
- 2) banyak cara untuk mengisi tempat kedua setelah tempat pertama dipenuhi c_2 ;
- 3) banyak cara untuk mengisi tempat ketiga setelah tempat pertama dan kedua dipenuhi c_3 ;

dan seterusnya hingga banyak cara untuk mengisi tempat ke- n setelah tempat pertama, kedua, ketiga, ..., ke- $(n - 1)$ dipenuhi adalah c_n .

Banyak cara untuk mengisi n buah tempat secara keseluruhan dapat dirumuskan dengan:

$$c_1 \times c_2 \times c_3 \times \dots \times c_n$$

Aturan seperti inilah yang biasa disebut sebagai *aturan perkalian*. Aturan ini juga disebut sebagai *aturan pengisian tempat yang tersedia (filling slot)*.

Agar kalian mahir dalam menggunakan aturan ini, perhatikan contoh-contoh berikut.

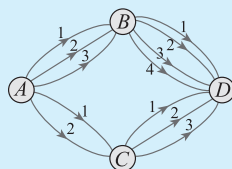
Contoh 1:

Misalkan seseorang hendak bepergian dari Kota Jambi ke Kota Bandar Lampung melalui Kota Palembang. Banyak jalur yang dapat dilalui dari Kota Jambi ke Kota Palembang 3 cara dan banyak jalur yang dapat dilalui dari Kota Palembang ke Kota Bandar Lampung 4 cara, tentukan banyak pilihan jalur yang dapat dilalui orang itu.

Jawab:

Banyak jalur dari Kota Jambi ke Kota Palembang 3 cara.
 Banyak jalur dari Kota Palembang ke Kota Bandar Lampung 4 cara.
 Jadi, banyak pilihan orang itu adalah 3×4 cara.

Contoh 2:



Perhatikan jalur yang menghubungkan kota satu dengan kota lainnya pada jaringan jalan di samping.

Gambar 2.3

Tentukan banyak cara seseorang yang hendak bepergian dari Kota A ke Kota D .

Jawab:

- a. Perhatikan jalur $A - B - D$.

Jalur A ke B ada 3 cara dan jalur B ke D ada 4 cara.

Jadi, banyak cara menurut jalur $A - B - D$ adalah $3 \times 4 = 12$ cara.

- b. Perhatikan jalur $A - C - D$.

Jalur A ke C ada 2 cara dan jalur C ke D ada 3 cara.

Jadi, banyak cara menurut jalur $A - C - D$ adalah $2 \times 3 = 6$ cara. Jadi, banyak cara seseorang yang hendak bepergian dari kota A ke kota D adalah $(12 + 6)$ cara = 18 cara.

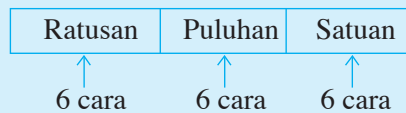
Problem Solving

Disediakan angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 6. Tentukan

- banyak angka ratusan yang dapat dibentuk;
- banyak angka ratusan ganjil yang dapat dibentuk;
- banyak angka ratusan yang lebih besar dari 300 yang dapat dibentuk.

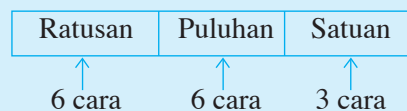
Jawab:

- a. Angka ratusan terdiri dari 3 angka



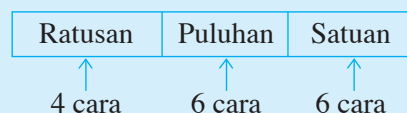
Jadi, banyak ratusan yang dapat dibentuk adalah $6 \times 6 \times 6 = 216$ angka.

- b. Angka ratusan ganjil yang mungkin terbentuk dari angka-angka itu satuannya adalah 1, 3, dan 5.



Jadi, banyak angka ratusan ganjil yang mungkin terbentuk adalah $6 \times 6 \times 3 = 108$ cara (macam).

- c. Angka yang lebih besar dari 300 mempunyai angka ratusan 3, 4, 5, dan 6.



Jadi, banyak angka ratusan yang lebih besar dari 300 yang mungkin adalah $4 \times 6 \times 6 = 144$ cara (macam).

Tantangan

Inovatif

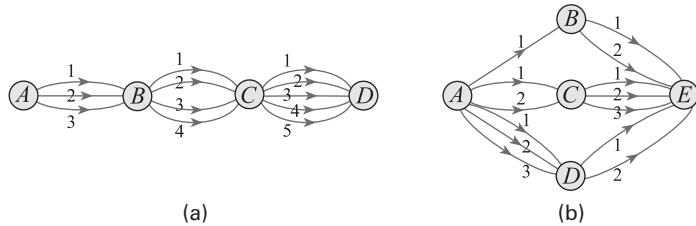
- Kerjakan di buku tugas

Misalnya disediakan 10 bilangan cacah pertama. Dari bilangan-bilangan itu, akan disusun bilangan baru yang terdiri atas bilangan ratusan. Berapa banyak bilangan baru yang mungkin disusun jika

- bilangan tiga angka itu tidak terjadi pengulangan angka yang sama (misalnya: 123, 456, 379, dan seterusnya);
- bilangan tiga angka itu boleh terjadi pengulangan angka yang sama (misalnya: 355, 355, 411, dan seterusnya).

Soal Kompetensi 1

1. Perhatikan gambar berikut.



■ **Gambar 2.4**

- Banyak jalur yang dapat ditempuh dari Kota A ke Kota D melalui Kota B dan C digambarkan pada **Gambar 2.4** (a). Tentukan banyak jalur yang dapat ditempuh dari Kota A ke D.
 - Dengan cara yang sama, berapa jalur yang dapat ditempuh pada **Gambar 2.4** (b) untuk menuju kota E dari Kota A melalui Kota B, C, atau D.
- Diberikan angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Tentukan banyak cara menyusun bilangan puluhan jika
 - bilangan tidak boleh terdiri atas angka yang sama;
 - bilangan boleh terdiri atas angka yang sama;
 - bilangan puluhan tidak boleh terdiri atas angka yang sama dan harus bilangan ganjil.
 - Tentukan banyak bilangan ribuan yang dapat dibuat dari angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 7 jika bilangan-bilangan itu harus genap, nilainya lebih besar dari 3.100 dan tidak ada angka yang diulang.
 - Suatu keluarga terdiri atas suami-istri, 2 anak laki-laki, dan 3 anak perempuan. Tentukan banyak cara mereka duduk dalam satu baris, tetapi suami-istri harus selalu berdekatan dan anak-anak yang berjenis kelamin sama harus berdekatan.
 - Tentukan banyak cara menyusun 4 huruf abjad (A, B, C, ..., Z) dan diikuti 3 buah angka (0, 1, 2,, 9) yang berbeda.
 - Berapa banyak susunan huruf yang dapat dibentuk dari huruf-huruf J, E, N, D, E, L, A jika
 - huruf pertama susunan adalah huruf vokal;
 - huruf pertama susunan adalah huruf konsonan?
 - Sebuah restoran cepat saji menyajikan menu makanan yang berbeda sebanyak 5 macam, menu minuman sebanyak 10 macam, dan menu lauk pauk sebanyak 15 macam. Tentukan berapa macam hidangan yang berbeda dapat tersaji yang terdiri atas makanan, minuman, dan lauk pauk?

Tantangan

Inovasi

• Kerjakan di buku tugas

- Tentukan banyak cara untuk menyusun nomor plat kendaraan dengan format $AD - - - - D$, dengan ketentuan bahwa 4 digit yang masih kosong tersebut dapat diisi angka 0–9.
- Suatu tim bola voli terdiri atas 8 orang (termasuk pemain cadangan), akan dipilih seorang kapten, wakil kapten, dan pengumpan. Berapa banyak pilihan dapat dibentuk jika
 - seseorang boleh merangkap;
 - seseorang tidak boleh merangkap?

8. Diberikan angka-angka 0, 1, 2, 3, 4, dan 5 untuk disusun menjadi suatu bilangan ribuan antara 1.000 sampai dengan 5.000 (1.000 dan 5.000 tidak termasuk).
- Berapa jumlah bilangan yang dapat dibentuk?
 - Berapa jumlah bilangan genap yang dapat dibentuk?
 - Berapa jumlah bilangan ganjil yang dapat dibentuk?
 - Berapa jumlah bilangan kelipatan 5 yang dapat dibentuk?

2. Permutasi

Sebelum mempelajari permutasi, kita perlu memahami operasi faktorial terlebih dahulu.

a. Faktorial

Perhatikan perkalian bilangan berikut.

$$3 \times 2 \times 1 = 3!$$

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4!$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5!$$

dan seterusnya.

Tanda "!" disebut notasi faktorial.

Dengan demikian, faktorial dapat didefinisikan sebagai berikut.

Jika n bilangan asli, maka n faktorial (ditulis $n!$) didefinisikan dengan

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

Dari definisi di atas, kita juga memperoleh

$$n! = n(n-1)!$$

Nilai $1! = 1$. Oleh karena itu, untuk $n = 1$, diperoleh

$$1! = 1(1-1)! \Leftrightarrow 1 = 0!$$

Dari kesamaan terakhir, ternyata untuk setiap kejadian, $0! = 1$ selalu benar. Untuk itu, disepakati bahwa

$$0! = 1$$

Tantangan

Kreativitas

- Kerjakan di buku tugas

Misalkan $p = 10(9!)^{\frac{1}{2}}$,

$q = 9(10!)^{\frac{1}{2}}$, dan $r = (11!)^{\frac{1}{2}}$ dengan

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)n.$$

Pengurutan yang benar dari ketiga bilangan ini adalah

- $p < q < r$
- $q < r < p$
- $r < p < q$
- $q < p < r$
- $p < r < q$

Olimpiade Kabupaten,
2002

Contoh 1:

Hitunglah nilai-nilai operasi faktorial berikut.

a. $4! + 3!$

b. $4! \times 3!$

c. $\frac{4!}{3!}$

Jawab:

a. $4! + 3! = (4 \times 3 \times 2 \times 1) + (3 \times 2 \times 1)$
 $= 24 + 6 = 30$

$$\begin{aligned} \text{b. } 4! \times 3! &= (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) \\ &= 24 \times 6 = 144 \end{aligned}$$

$$\text{c. } \frac{4!}{3!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

Contoh 2:

Nyatakan 6×5 dalam bentuk faktorial.

Jawab:

$$\begin{aligned} 6 \times 5 &= \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= \frac{6!}{4!} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } 6 \times 5 = \frac{6!}{4!}.$$

Problem Solving

Tentukan nilai n jika diketahui persamaan

$$\frac{6(n-1)!(n-3)!}{n!(n-4)!} = \frac{5!}{24}.$$

Jawab:

$$\begin{aligned} \frac{6(n-1)!(n-3)!}{n!(n-4)!} &= \frac{5!}{24} \\ \Leftrightarrow \frac{6(n-1)!(n-3)(n-4)!}{n(n-1)!(n-4)!} &= \frac{5!}{4!} \\ \Leftrightarrow \frac{6(n-3)}{n} &= \frac{5 \times 4!}{4!} \\ \Leftrightarrow \frac{6n-18}{n} &= 5 \\ \Leftrightarrow 6n-18 &= 5n \\ \Leftrightarrow n &= 18 \end{aligned}$$

Mari Berdiskusi

Inkuiri

Coba kalian selidiki. Jika m dan n bilangan asli, apakah pernyataan-pernyataan berikut berlaku?

$$\text{a. } m! + n! = (m + n)! \quad \text{c. } m! \times n! = (m \times n)!$$

$$\text{b. } m! - n! = (m - n)! \quad \text{d. } \frac{m!}{n!} = \left(\frac{m}{n}\right)!$$

Tantangan

Kreativitas

- Kerjakan di buku tugas

Nilai dari $\frac{80! \times 38!}{77! \times 40!} = \dots$

- 316
- 391
- 412
- 871
- 2.023

Olimpiade Sains Provinsi,
2006

b. Permutasi dari Unsur-Unsur yang Berbeda

Perhatikan susunan angka-angka yang terdiri atas angka 4, 5, dan 6 berikut.

456 465 546 564 645 654

Letak angka dalam susunan tersebut memengaruhi nilai bilangan yang terbentuk. Bilangan-bilangan $456 \neq 465$. Demikian juga untuk susunan yang lain. Banyak susunan angka ratusan yang dapat dibuat dari 3 buah angka, yaitu 4, 5, dan 6 sebanyak 6 buah. Bagaimana susunannya jika angka-angka yang tersedia 4, 5, 6, dan 7? Susunan angka ratusan yang mungkin dari 4 angka, yaitu 4, 5, 6, dan 7 adalah sebagai berikut:

456 465 546 564 645 654
 457 475 547 574 745 754
 467 476 647 674 746 764
 567 576 657 675 756 765

Ternyata, ada 24 cara.

Susunan objek-objek yang memerhatikan urutan seperti ini dinamakan permutasi.

Dari permasalahan di atas, diperoleh

- 1) jika angka-angka disusun terdiri atas 3 angka dari 3 angka yang tersedia, banyak susunannya

$$6 = \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = \frac{3!}{0!} = \frac{3!}{(3-3)!};$$

- 2) jika angka-angka disusun terdiri atas 3 angka dari 4 angka yang tersedia, banyak susunannya

$$24 = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = \frac{4!}{1!} = \frac{4!}{(4-3)!};$$

- 3) jika kalian teruskan, angka-angka disusun terdiri atas k angka dari n angka yang tersedia, banyak susunannya adalah

$$\frac{n!}{(n-k)!}.$$

Jadi, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

Permutasi k unsur atau objek dari n unsur yang tersedia, dengan memerhatikan urutan susunannya dapat ditentukan dengan rumus

$$P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Dalam beberapa buku notasi P_k^n dituliskan sebagai ${}_n P_k$, ${}^n P_k$, atau $P(n, k)$.

$$\Leftrightarrow m^2 - 9m + 20 = 3m$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 12m + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 10)(m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow m - 10 = 0 \text{ atau } m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 10 \text{ atau } m = 2$$

c. Permutasi Memuat Beberapa Unsur yang Sama

Pada pembahasan sebelumnya, permutasi memuat unsur yang sama. Sekarang perhatikan unsur penyusun "APA" yaitu A , P , dan A .

Huruf A pada urutan pertama dan ketiga meskipun dibalik akan mempunyai makna yang sama. Misalkan A_1 dan A_3 masing-masing adalah huruf A yang pertama dan ketiga.

- 1) Permutasi 3 unsur dari 3 unsur yang tersedia, yaitu A_1, P, A_3 (A_1 dan A_3 diandaikan berbeda) adalah

$$P_3^3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6.$$

Dengan demikian, diperoleh susunan dalam 3 kelompok berikut.

- a) A_1PA_3 b) A_1A_3P c) PA_1A_3
 A_3PA_1 A_3A_1P PA_3A_1
- 2) Permutasi 3 unsur dari 3 unsur yang tersedia, yaitu A_1PA_3 (A_1 dan A_3 diandaikan sama) susunannya adalah
 APA AAP PAA

Jadi, hanya terdapat 3 cara. Hal ini terjadi karena pada setiap kelompok terdapat $2! = 2$ permutasi pada penyusunan 2 huruf A yang sama, yaitu A_1 dan A_3 .

Dengan demikian, permutasi 3 unsur, dengan 2 unsur yang sama

$$\text{dari 3 unsur adalah } P = \frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2!}{2!} = 3$$

Secara umum, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Permutasi n unsur, dengan k unsur sama dari n unsur itu

$$(n \geq k) \text{ adalah } P = \frac{n!}{k!}.$$

Aturan ini dapat diperluas sebagai berikut.

Untuk permutasi n unsur, dengan k_1 unsur sama, k_2 unsur sama, ..., dan k_n unsur sama dari n unsur ($k_1 + k_2 + \dots + k_n \leq n$), yaitu

$$P = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_n!}$$

Kuis

• Kerjakan di buku tugas

Bilangan terdiri atas tiga angka disusun dari angka-angka 2, 3, 5, 6, 7, dan 9. Banyaknya bilangan dengan angka-angka berlainan yang nilainya lebih kecil dari 400 adalah

- a. 20 d. 80
b. 35 e. 120
c. 40

UMPTN 2000

Contoh:

Tentukan banyak susunan huruf yang dapat dibentuk dari unsur huruf-huruf pembentuk kata

- PANDA*;
- PENDIDIKAN*.

Jawab:

- PANDA*

Unsur yang tersedia, $n = 5$.

Unsur yang sama $k = 2$, yaitu huruf *A* ada 2.

$$\text{Jadi, } P = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60.$$

- PENDIDIKAN*

Unsur yang tersedia ada 10.

Unsur yang sama adalah

- $k_1 = 2$, yaitu huruf *N* ada 2;
- $k_2 = 2$, yaitu huruf *D* ada 2;
- $k_3 = 2$, yaitu huruf *I* ada 2.

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } P &= \frac{10!}{2! 2! 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} \\ &= 453.600 \text{ susunan.} \end{aligned}$$

Kuis

- Kerjakan di buku tugas

Dalam suatu pertemuan terjadi 28 jabat tangan. Setiap dua orang saling berjabat tangan paling banyak sekali. Banyaknya orang yang hadir dalam pertemuan tersebut paling sedikit adalah

- 28
- 27
- 14
- 8
- 7

Olimpiade Nasional, 2006

Problem Solving

Misalnya terdapat 6 bendera dengan rincian 2 bendera berwarna merah, 3 bendera berwarna putih, dan 1 bendera berwarna biru. Berapa banyak susunan yang dapat dibuat untuk menyusun bendera itu secara berjajar?

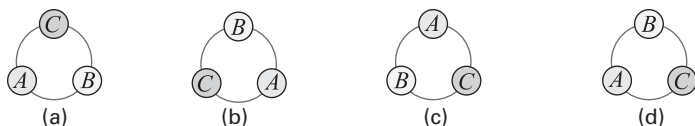
Jawab:

Banyak susunan yang dapat dibuat adalah

$$P = \frac{6!}{2! 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{2! 3!} = 60 \text{ susunan.}$$

d. Permutasi Siklis

Perhatikan susunan titik *A*, *B*, dan *C* pada susunan melingkar berikut.



■ Gambar 2.5

Perhatikan susunan melingkar pada **Gambar 2.5** (a), (b), dan (c). Susunan itu sebenarnya sama (tidak berubah). Sekarang bandingkan dengan susunan pada **Gambar 2.5** (d). Jadi, banyak susunan dari 3 titik, yaitu A , B , dan C pada susunan melingkar sebenarnya hanya ada 2, yaitu susunan **Gambar 2.5** (a) dan (d).

Untuk menentukan bentuk susunan n objek yang disusun melingkar maka tentukan sebuah titik yang dianggap sebagai titik tetap. Kemudian, sisanya dianggap sebagai penyusunan $(n - 1)$ unsur dari $(n - 1)$ unsur yang berbeda.

Dengan demikian, dapat dikatakan sebagai berikut.

Jika terdapat 3 objek (unsur) disusun melingkar, banyak susunan yang mungkin adalah $2! = (3 - 1)!$.

Jika terdapat 4 unsur disusun melingkar, banyak susunan yang mungkin adalah $3! = (4 - 1)!$. Demikian seterusnya.

Jadi, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Misalkan terdapat n unsur yang berbeda disusun melingkar. Banyak susunan dapat ditentukan dengan permutasi siklis dengan aturan

$$P_{\text{siklis}} = (n - 1)!$$

Contoh:

Sebanyak 6 orang mengadakan rapat. Mereka duduk menghadap sebuah meja bundar. Berapa banyak cara mereka menempati kursi yang disusun melingkar itu?

Jawab:

Banyak cara mereka menempati kursi adalah

$$P_{\text{siklis}} = (6 - 1)! = 5! = 120 \text{ cara.}$$

Soal Kompetensi 2

• Kerjakan di buku tugas

- Tentukan nilai faktorial berikut.
 - $5!$
 - $\frac{6!}{3!}$
 - $(4!)^{2!}$
 - $\frac{6!3!}{2!4!}$
- Nyatakan bentuk berikut kedalam bentuk faktorial.
 - $4 \times 3 \times 2 \times 1$
 - 4×3
 - $4^2 \times 3^2 \times 2^2 \times 1$
 - $4^2 \times 3^2$
 - $n(n - 1)$
 - $\frac{(n + 1)n}{(n - 1)}$

14. Suatu pertemuan dihadiri 18 orang. Jika setiap peserta saling berjabat tangan, tentukan banyak jabat tangan yang terjadi.
15. Misalkan di luar angkasa terdapat 10 buah satelit buatan yang mengelilingi bumi dalam satu orbit yang sama berbentuk lingkaran. Jarak sebuah satelit dengan satelit lainnya adalah sama. Tentukan berapa cara 10 satelit tersebut menempati posisinya dalam orbit?

3. Kombinasi

Kuis

• Kerjakan di buku tugas

Dari 12 orang yang terdiri atas 8 pria dan 4 wanita akan dibentuk kelompok kerja yang beranggotakan 4 orang. Jika dalam kelompok kerja itu paling sedikit terdapat 2 pria maka banyak cara membentuk kelompok kerja itu ada

- a. 442
- b. 448
- c. 456
- d. 462
- e. 468

UMPTN 2001

Kalian tentu masih ingat dengan pengertian permutasi. Pada permutasi urutan unsur pada suatu susunan diperhatikan. Namun, pada kombinasi urutan tidak diperhatikan. Misalnya,

$ABC \quad BAC \quad CBA \quad CAB$

adalah susunan (kombinasi) yang sama.

Kalian telah memahami bahwa permutasi k unsur dari n unsur yang tersedia, yaitu $P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Karena banyak permutasi k unsur adalah $k!$ dan kombinasi tidak memerhatikan urutan maka setiap $k!$ permutasi merupakan satu kombinasi dari k unsur. Dengan demikian, diperoleh

$$P_k^n = k! C_k^n \Leftrightarrow C_k^n = \frac{P_k^n}{k!}$$

$$= \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

Jadi, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Kombinasi k unsur dari n unsur yang tersedia dirumuskan dengan

$$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

Notasi kombinasi ada beberapa macam, antara lain ${}_n C_k$, ${}^n C_k$, atau $C(n, k)$. Pada buku ini disepakati notasi yang dipakai adalah C_k^n .

Contoh 1:

Tentukan nilai kombinasi-kombinasi berikut.

- a. C_2^6
- b. C_5^5
- c. C_n^{n+1}

Jawab:

$$\text{a. } C_2^6 = \frac{6!}{(6-2)! 2!} = \frac{6!}{4! 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! 2!} = \frac{6 \times 5}{2!} = 15$$

$$\text{b. } C_5^5 = \frac{5!}{(5-5)! 5!} = \frac{5!}{0! 5!} = \frac{5!}{5!} = 1$$

$$\text{c. } C_n^{n+1} = \frac{(n+1)!}{((n+1)-n)! n!} = \frac{(n+1)!}{1! n!} = \frac{(n+1)n!}{n!} = n+1$$

Contoh 2:Tentukan nilai $n^2 - 1$ jika $4!C_4^n = 5P_3^n$.**Jawab:**

$$4!C_4^n = 5P_3^n$$

$$\Leftrightarrow 4! \frac{n!}{(n-4)! 4!} = 5 \frac{n!}{(n-3)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-4)!} = \frac{5n!}{(n-3)(n-4)!}$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{5}{n-3}$$

$$\Leftrightarrow n-3 = 5$$

$$\Leftrightarrow n = 8$$

Jadi, $n^2 - 1 = 8^2 - 1 = 63$.**Problem Solving**

Dari 10 orang yang mendaftar karyawan di suatu perusahaan, hanya akan diterima 6 orang sebagai karyawan. Tentukan banyak cara untuk memilih keenam orang itu.

Jawab:

Pada kasus ini urutan orang yang diterima sebagai karyawan tidak diperhatikan. Jadi, kasus ini dapat diartikan sebagai kombinasi 6 unsur dari 10 unsur yang tersedia. (Mengapa demikian?)

$$\begin{aligned} C_6^{10} &= \frac{10!}{(10-6)! 6!} = \frac{10!}{4! 6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{4! 6!} \\ &= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210 \end{aligned}$$

Jadi, terdapat 210 cara.

4. Teorema Binomial Newton

Bentuk $a + b$, $x + y$, $x^2 - y^2$, dan seterusnya dinamakan bentuk binom. Termasuk bentuk $(a + b)^n$. Bentuk $(a + b)^n$ dapat diuraikan menjadi suku-sukunya. Proses menguraikan ini dinamakan perluasan atau ekspansi binomial atau binomial Newton.

Teorema Binomial Newton (Teorema Binom)

Untuk n bilangan bulat positif, berlaku

$$(a+b)^n = C_0^n a^n + C_1^n a^{n-1}b + C_2^n a^{n-2}b^2 + \dots + C_n^n b^n$$

Dapat juga ditulis dengan notasi sigma berikut.

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_k^n a^{n-k} b^k$$

Untuk $n=1 \rightarrow (a+b)^1 \rightarrow$ koefisien C_0^1 C_1^1

Untuk $n=2 \rightarrow (a+b)^2 \rightarrow$ koefisien C_0^2 C_1^2 C_2^2

Untuk $n=3 \rightarrow (a+b)^3 \rightarrow$ koefisien C_0^3 C_1^3 C_2^3 C_3^3

Untuk $n=4 \rightarrow (a+b)^4 \rightarrow$ koefisien C_0^4 C_1^4 C_2^4 C_3^4 C_4^4

Untuk $n=5 \rightarrow (a+b)^5 \rightarrow$ koefisien C_0^5 C_1^5 C_2^5 C_3^5 C_4^5 C_5^5

Jika kalian selesaikan akan diperoleh susunan koefisien berikut.

$$(a+b) \quad 1 \quad 1 \quad \rightarrow a + b$$

$$(a+b)^2 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad \rightarrow a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 \quad 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \quad \rightarrow a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 \quad 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \quad \rightarrow a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 \quad 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1 \quad \rightarrow a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

Bagaimana penggunaannya? Perhatikan contoh berikut.

Contoh 1:

Uraikan bentuk berikut dalam suku-sukunya.

- $(x + y)^3$
- $(x + y)^4$
- $(2x + y)^5$
- $(2x - y)^6$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a. } (x + y)^3 &= 1x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (x + y)^4 &= 1x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + 1y^4 \\ &= x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 \end{aligned}$$

Tantangan

Kreativitas

- Kerjakan di buku tugas

Diketahui persamaan

$$m^3 = aC_1^m + bC_2^m + cC_3^m$$

Untuk sebarang bilangan bulat positif m , nilai $a + b + c$ adalah

- 5
- 12
- 13
- 36
- 37

Soal Lomba Matematika
Nasional UGM 2006

$$\begin{aligned} \text{c. } (2x + y)^5 &= \mathbf{1}(2x)^5 + \mathbf{5}(2x)^4(y) + \mathbf{10}(2x)^3(y)^2 + \\ &\quad \mathbf{10}(2x)^2(y)^3 + \mathbf{5}(2x)(y)^4 + \mathbf{1}(y)^4 \\ &= 32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^4 \end{aligned}$$

$$\text{d. } (2x - y)^6$$

Ditentukan terlebih dahulu koefisien binom.

$$C_0^6 = \frac{6!}{(6-0)!0!} = 1$$

$$C_1^6 = \frac{6!}{(6-1)!1!} = \frac{6!}{5!1!} = 6$$

$$C_2^6 = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6!}{4!2!} = 15$$

$$C_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{6!}{3!3!} = 20$$

$$C_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!4!} = \frac{6!}{2!4!} = 15$$

$$C_5^6 = \frac{6!}{(6-5)!5!} = \frac{6!}{1!5!} = 6$$

$$C_6^6 = \frac{6!}{(6-6)!6!} = \frac{6!}{0!6!} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } (2x - y)^6 &= C_0^6(2x)^6(-y)^0 + C_1^6(2x)^5(-y)^1 + \\ &\quad C_2^6(2x)^4(-y)^2 + C_3^6(2x)^3(-y)^3 + \\ &\quad C_4^6(2x)^2(-y)^4 + C_5^6(2x)^1(-y)^5 + \\ &\quad C_6^6(2x)^0(-y)^6 \\ &= 1(64x^6) + 6(-32x^5y) + 15(16x^4y^2) + \\ &\quad 20(-8x^3y^3) + 15(4x^2y^4) + 6(-2xy^5) + 1(y^6) \\ &= 64x^6 - 192x^5y + 240x^4y^2 - 160x^3y^3 + \\ &\quad 60x^2y^4 - 12xy^5 + y^6 \end{aligned}$$

Contoh 2:

Tentukan koefisien yang diminta pada ekspansi-ekspansi berikut.

- $(3x + 2y)^{11}; x^7y^4$
- $(-2x + 3y); x^3y^8$

Jawab:

- Pertanyaan ini dapat dijawab dengan menjabarkan

$$C_4^{11}(3x)^7(2y)^4.$$

$$\bullet \quad C_4^{11} = \frac{11!}{(11-4)!4!} = \frac{11!}{7!4!} = 330$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad C_4^{11}(3x)^7(2y)^4 &= 330(2.187x^7)(16y^4) \\ &= 11.547.360 x^7y^4 \end{aligned}$$

Jadi, koefisien x^7y^4 pada ekspansi $(3x + 2y)^{11}$ adalah 11.547.360.

b. Terlebih dahulu bentuk $C_8^{11}(-2x)^3(3y)^8$ dijabarkan.

$$\bullet \quad C_8^{11} = \frac{11!}{(11-8)!8!} = \frac{11!}{3!8!} = 165$$

$$\bullet \quad C_8^{11}(-2x)^3(3y)^8 = 165(-8x^3)(6.561 y^8) \\ = -8.660.520x^3y^8$$

Soal Kompetensi 3

• Kerjakan di buku tugas

1. Tentukan nilai kombinasi berikut.

a. C_5^7

f. C_3^{10}

b. C_1^4

g. C_{n-1}^n

c. C_2^{10}

h. C_n^{n+2}

d. C_4^4

i. C_n^{2n}

e. C_0^6

2. Tunjukkan bahwa

a. $C_2^{11} = C_9^{11}$

c. $C_1^{17} = C_{16}^{17}$

b. $C_5^{15} = C_{10}^{15}$

d. $C_0^{10} = C_{10}^{10}$

3. Berapa banyak warna campuran yang terdiri atas 5 warna apabila 5 warna tersebut dipilih dari 8 warna?

4. Tentukan nilai n yang memenuhi persamaan berikut.

a. $C_2^n = 4n + 5$

b. $nP_b^a = C_b^a$

c. $C_n^{2n} = 2C_{n-1}^{2n-1}$

d. $C_n^{n+2} = 45$

e. $4C_2^n = C_3^{n+2}$

f. $C_{13}^n = C_{11}^n$

5. Sebanyak 12 orang yang akan mengikuti pertemuan di sebuah hotel, hanya 8 orang yang diperbolehkan untuk mengikuti pertemuan itu. Berapa banyak cara memilih kedelapan orang tersebut?

Tantangan

Eksplorasi

- Kerjakan di buku tugas

Dari 10 orang akan dibagi menjadi 3 kelompok. Berapa banyak cara untuk mengelompokkan kalau kelompok pertama terdiri atas 4 orang, kelompok kedua terdiri atas 3 orang, dan kelompok ketiga terdiri atas 3 orang?

- Dalam suatu pelatnas bulu tangkis ada 10 orang pemain putra dan 8 orang pemain putri. Berapa banyak pasangan ganda yang dapat dibentuk untuk
 - ganda putra;
 - ganda putri;
 - ganda campuran?
- Pada sebuah kotak berisi 10 kelereng putih dan 6 kelereng biru. Dari kotak itu diambil 5 kelereng sekaligus. Berapa banyak pilihan untuk mengambil kelereng itu jika 5 kelereng itu terdiri atas
 - 3 kelereng putih dan 2 kelereng biru;
 - 4 kelereng putih dan 1 kelereng biru;
 - semuanya kelereng putih?
- Dalam rapat anggota tahunan koperasi Jaya Utama dihadiri oleh 15 peserta. Salah satu agenda dalam rapat tersebut adalah akan dipilih 3 orang dari semua yang hadir untuk mewakili koperasi dalam suatu seminar. Berapa banyak cara pemilihan pengurus tersebut?
- Dalam sebuah tumpukan kartu *bridge* terdapat 10 kartu berwarna merah dan 15 kartu berwarna hitam. Dari tumpukan tersebut diambil 5 kartu secara acak. Ada berapa cara pengambilan kartu jika maksimal kartu warna hitam yang diambil 4 buah?
- Dengan menggunakan teorema binom,
 - ekspansikan bentuk aljabar teorema binom ke dalam suku-sukunya;
 - $(x + y)^6$
 - $(x - y)^6$
 - $(x + 3y)^5$
 - $(x - 3y)^6$
 - $(-4x + 2y)^7$
 - tentukan koefisien-koefisien suku-suku yang diminta dari ekspansi binom berikut.
 - $(x + y)^9; x^2y^7$
 - $(x - y)^{12}; x^3y^9$
 - $(3x + y)^8; x^4y^4$
 - $(2x - 5y)^7; x^5y^2$
 - $(x + \frac{1}{2y})^6; x^3(\frac{1}{y})^3$
 - $(\frac{1}{2x} - \frac{1}{2y})^8; \frac{1}{x^3y^5}$

Jendela Informasi

Informasi lebih lanjut



**Kolmogorov
(1903–1987)**

■ Sumber: www.cygo.com

A. N. Kolmogorov

Tokoh matematika yang memperkenalkan pendekatan teori peluang dengan aksioma modern adalah *Andrew Nikolavich Kolmogorov* (1903–1987). Dia kuliah di Moskow State University pada usia 17 tahun dan lulus pada tahun 1925. Dia adalah orang yang telah membuktikan teorema mendasar yang menjadi konsekuensi dari pendekatan aksioma tentang peluang.

Salah satu pengembangan dari teori peluang yang ia sumbangkan adalah dua buah sistem persamaan diferensial parsial. Akibat dari sumbangkan ini, teori peluang dapat diaplikasikan secara luas ke bidang-bidang lain, seperti kimia, fisika, teknik sipil, bahkan biologi. Carilah informasi mengenai tokoh ini dan perannya di dunia matematika.

■ Sumber: *Ensiklopedi Pengetahuan*, 2007

B. Peluang Suatu Kejadian dan Komplemennya

Pada waktu kalian lulus dari SMP, mungkin kalian ingin melanjutkan ke SMA favorit. Misalkan penerimaan siswa di SMA itu dilakukan secara objektif. Dengan nilai yang kalian miliki, tentu telah terpikirkan olehmu kemungkinan diterima atau tidaknya di SMA itu.

Hal-hal yang menyangkut dengan berbagai kemungkinan dari suatu kejadian akan kalian pelajari di subbab ini. Namun, sebelumnya kalian akan diperkenalkan dengan istilah-istilah yang berkorelasi dengan penentuan nilai kemungkinan suatu kejadian. Nilai kemungkinan seperti ini sering disebut *peluang* atau *probabilitas*. Istilah-istilah yang dimaksud adalah *percobaan*, *ruang sampel*, dan *kejadian*.

1. Percobaan, Ruang Sampel, dan Kejadian

Misalkan kalian melemparkan sebuah dadu yang mempunyai 6 sisi. Setelah dilempar, sisi yang berada di atas tentu hanya satu, misalnya sisi bermata dadu 5. Jika setiap sisi (mata dadu) diberi nomor 1, 2, 3, 4, 5, dan 6, kemungkinan munculnya setiap mata dadu adalah sama. Hal diasumsikan dadu adalah benda homogen. Dari kegiatan di atas, tindakan (kegiatan) melempar dadu ke atas dinamakan *percobaan*, himpunan sisi-sisi (mata dadu) 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 dinamakan *ruang sampel*, dan kejadian munculnya salah satu mata dadu pada sisi atas dinamakan *kejadian*.

Pada ruang sampel, titik (sisi) yang mungkin muncul di atas adalah 1, 2, 3, 4, 5, atau 6. Anggota ruang sampel dinamakan *titik sampel*. Kejadian yang hanya terdiri atas satu titik sampel dinamakan *kejadian sederhana*, sedangkan kejadian yang terdiri atas beberapa titik sampel dinamakan *kejadian majemuk*.

Mari Berdiskusi

Mengomunikasikan gagasan

Dari penjelasan di atas, dapatkan kalian mendefinisikan percobaan, ruang sampel, dan kejadian? Coba bandingkan hasilnya dengan teman-teman kalian.

Contoh:

Pada pelemparan sebuah koin, dengan sisi-sisinya gambar (*G*) dan angka (*A*), tentukan ruang sampelnya. Kemudian, sebutkan pula ruang sampelnya jika koin yang dilemparkan 2 buah. Bagaimana pula jika koin yang dilempar 3 buah?

Jawab:

Untuk sebuah koin, jika ruang sampel *S* maka $S = \{A, G\}$. Untuk dua buah koin, ruang sampel dapat ditentukan dengan bantuan tabel berikut.

	II	A	G
I			
A		AA	AG
G		GA	GG

Jadi, ruang sampelnya adalah $S = \{AA, AG, GA, GG\}$.

Untuk 3 buah koin, ruang sampelnya dapat ditentukan sebagai berikut.

	AA	AG	GA	GG
A	AAA	AAG	AGA	AGG
G	GAA	GAG	GGA	GGG

Jadi, ruang sampelnya adalah $S = \{AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG\}$.

Tugas: Investigasi

• Kerjakan di buku tugas

Kalian telah mampu bagaimana cara menentukan ruang sampel untuk sebuah koin, dua buah koin, dan tiga buah koin. Sekarang coba kalian tentukan ruang sampel pada pelemparan:

- a. empat buah koin;
- b. sebuah koin dan sebuah dadu;
- c. dua buah koin dan sebuah dadu.

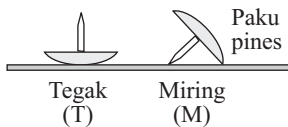
2. Peluang Suatu Kejadian

Untuk memahami definisi peluang, kita akan menggunakan uang logam (koin) yang bersisi angka (*A*) dan gambar (*G*). Berikut ini adalah contoh percobaan pelemparan koin dengan banyak percobaan makin besar.

Banyak Percobaan (n)	Frekuensi Muncul Angka (A)(m)	Frekuensi Relatif $F_r(A) = \frac{m}{n}$
10	8	0,8000
100	62	0,6200
1.000	473	0,4730
5.000	2.550	0,5100
10.000	5.098	0,5098
15.000	7.619	0,5079
20.000	10.038	0,5019

Sumber: Applied Finite Mathematics, 1982

Pada tabel di atas, tampak bahwa frekuensi relatif menyatakan frekuensi muncul angka (A), yaitu m dibagi dengan banyak percobaan (n). Dari tabel tampak makin banyak percobaan yang dilakukan, frekuensi relatif makin mendekati setengah (0,5). Peluang munculnya angka adalah limit frekuensi relatif untuk banyak percobaan n mendekati tak berhingga. Jadi, peluang munculnya angka adalah 0,5. Hal ini dapat ditulis dengan $P(A) = 0,5$.



■ Gambar 2.6

Bagaimana jika permukaannya tidak seimbang, namun juga ada 2 kemungkinan muncul? Apakah peluangnya juga 0,5? Tentu tidak. Hal ini dapat dilihat dari percobaan berikut yang menggunakan objek paku pines. Jika paku ini dilempar ke atas, hanya ada 2 kemungkinan muncul, yaitu miring (M) dan tegak (T). Perhatikan hasil percobaan itu, seperti disajikan dalam tabel berikut.

Banyak Percobaan (n)	Frekuensi Paku Miring (M) (m)	Frekuensi Relatif Paku Muncul Miring $F_r(M) = \frac{m}{n}$
1.000	314	0,314
5.000	1.577	0,3154
10.000	3.157	0,3157
15.000	4.682	0,3121
20.000	6.214	0,3107

Sumber: Applied Finite Mathematics, 1982

Tampak bahwa untuk n makin besar $F_r(M)$ tidak mendekati 0,5, tetapi mendekati 0,3. Hal ini berarti $P(M) = 0,3$.

Secara umum, peluang dapat didefinisikan sebagai berikut.

Perhatian

Materi tentang limit fungsi tidak kalian pelajari di sini. Oleh karena itu, di sini hanya ditunjukkan saja bahwa $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ dibaca "limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati tak berhingga".

Peluang suatu kejadian A dari suatu percobaan adalah nilai pendekatan (*limit*) frekuensi relatif dari peristiwa itu untuk banyak percobaan (n) mendekati tak berhingga, ditulis

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} F_r(A)$$

Definisi di atas dinamakan definisi empiris.

Selain definisi empiris, kalian akan lebih mudah memahami peluang dari definisi klasik.

Seperti yang kalian ketahui di depan bahwa peluang adalah suatu kemungkinan munculnya suatu kejadian. Misalkan dalam suatu percobaan mengakibatkan munculnya n hasil yang mungkin, dengan masing-masing hasil mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul. Jika kejadian A dapat muncul sebanyak k kali, peluang kejadiannya dirumuskan dengan

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Pengertian di atas didasarkan pada pengertian klasik dari suatu peluang. Pengertian mengenai peluang akan sangat mudah kalian pahami dengan menggunakan ruang sampel.

Misalkan ruang sampel dari suatu percobaan adalah S . Masing-masing anggota dari ruang sampel S mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul. Jika A suatu kejadian, dengan $A \subset S$, peluangnya dapat dirumuskan

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan $n(A)$ banyak anggota kejadian A dan $n(S)$ banyak anggota ruang sampel S .

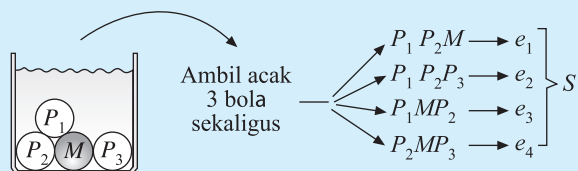
Contoh:

Suatu kotak berisi 3 bola putih dan sebuah bola merah. Dari dalam kotak, diambil secara acak 3 bola sekaligus. Tentukan peluang ketiga bola yang terambil terdiri atas:

- Salah satu bola berwarna merah;
- Ketiganya berwarna putih.

Jawab:

Cara I:



■ Gambar 2.7

Perhatikan ilustrasi pada **Gambar 2.7**. Bola putih masing-masing P_1 , P_2 , dan P_3 , sedangkan bola merah M .

$$\left. \begin{array}{l} P_1P_2M \rightarrow e_1 \\ P_1P_2P_3 \rightarrow e_2 \\ P_1MP_3 \rightarrow e_3 \\ P_2MP_3 \rightarrow e_4 \end{array} \right\} S$$

Dari proses pengambilan di atas, hasil yang mungkin (ruang sampelnya) adalah $S = \{e_1, e_2, e_3, e_4\} \rightarrow n(S) = 4$.

- a. Jika A adalah peristiwa salah satu bola yang terambil berwarna merah. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa $A = \{e_1, e_3, e_4\} \rightarrow n(A) = 3$.

Karena kita meyakini masing-masing titik sampel dalam ruang sampel S berpeluang sama untuk terambil maka

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4}.$$

Jadi, peluang salah satu bola yang terambil berwarna merah adalah $\frac{3}{4}$.

- b. Jika B adalah peristiwa ketiga bola yang terambil berwarna putih. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa $B = \{e_2\} \rightarrow n(B) = 1$.

$$\text{Jadi, } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{4}.$$

Cara 2:

Dengan menggunakan penalaran rinci. Dari **Gambar 2.7** misal ketiga bola yang terambil, kebetulan terambil P_1P_2M . Susunan yang terambil ini sebenarnya dapat berupa P_1MP_2 , MP_1P_2 , P_2MP_1 , dan seterusnya. Karena kita tidak dapat membedakan satu sama lain, susunan $P_1P_2M = P_1MP_2 = P_2MP_1 = MP_1P_2 = \dots$ dan seterusnya. Artinya, susunan bola yang terambil tidak memerhatikan urutan, berarti merupakan kasus kombinasi.

- a. Peluang salah satu bola terambil merah dari 3 pengambilan

$$\begin{aligned} P(A) &= P(1M, 2P) \\ &= P(1M \text{ dari } 1M \text{ dan } 2P \text{ dari } 3P) \\ &= \frac{n(1M \text{ dari } 1M \text{ dan } 2P \text{ dari } 3P)}{n(3 \text{ bola dari } 4 \text{ bola})} \\ &= \frac{C_1^1 \times C_2^3}{C_3^4} = \frac{1 \times 3}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } P(B) &= P(\text{ketiganya putih}) \\
 &= P(3P, 0M) \\
 &= P(3P \text{ dari } 3P \text{ dan } 0M \text{ dari } 1M) \\
 &= \frac{n(3P \text{ dari } 3P \text{ dan } 0M \text{ dari } 1M)}{n(3 \text{ bola dari } 4 \text{ bola})} \\
 &= \frac{C_3^3 \times C_0^1}{C_4^3} = \frac{1 \times 1}{4} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Problem Solving

Misalkan dua buah dadu dilempar bersama-sama ke atas sebanyak satu kali. Jika A menyatakan kejadian munculnya angka 5 pada dadu pertama, B menyatakan kejadian munculnya jumlah angka dadu pertama dan kedua adalah 6, dan C menyatakan kejadian munculnya angka yang sama pada kedua dadu, tentukan

- a. $P(A)$; b. $P(B)$; c. $P(C)$.

Jawab:

Untuk dapat menjawab soal di atas, kalian harus dapat menentukan ruang sampel dari suatu percobaan dengan dua buah dadu itu. Ruang sampelnya dapat dipahami melalui tabel berikut.

II I	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Perhatikan tabel di atas. Dari tabel itu dapat dikatakan bahwa banyak anggota ruang sampel $n(S) = 36$, yaitu $S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \dots, (2, 1), (2, 2), \dots, (3, 1), (3, 2), \dots, (4, 1), (4, 2), \dots, (5, 1), (5, 2), \dots, (6, 1), (6, 2), \dots, (6, 6)\}$.

Banyak anggota kejadian A adalah $n(A) = 6$, yaitu

$$A = \{(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)\}.$$

Banyak anggota kejadian B adalah $n(B) = 5$, yaitu

$$B = \{(5, 1), (4, 2), (3, 3), (2, 4), (1, 5)\}.$$

Banyak anggota kejadian C adalah $n(C) = 6$, yaitu

$$C = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}.$$

Dengan demikian, kita dapat menjawab hal-hal berikut.

$$\text{a. } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$\text{b. } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

$$\text{c. } P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Jendela Informasi

Informasi lebih lanjut

Sejarah Ilmu Peluang

Hitung peluang pada mulanya dihubungkan dengan permainan judi, khususnya dadu atau kartu. Pada suatu saat Chevalier de Mere memberi suatu pertanyaan kepada Blaise Pascal. De Mere memberikan suatu pertanyaan yang berkaitan dengan permainan dadu. Salah satunya adalah bagaimana membagi hasil taruhan permainan dadu yang harus berhenti di tengah permainan. Pascal bersama-sama dengan temannya, Pierre de Fermat, menyelesaikan pertanyaan itu.

Berikut ini adalah jawaban yang dikemukakan oleh Pascal dan Fermat untuk menyelesaikan teka teki yang diajukan oleh de Mere.

Teman de Mere dapat mengatakan bahwa peluang untuk memperoleh dua lemparan yang memenangkan taruhan adalah separuh peluang de Mere untuk memperoleh satu lemparan agar ia bisa menang. Jadi, ia berhak memperoleh separuh bagian de Mere, yaitu $21 \frac{1}{3}$ pistole dan De Mere memperoleh $42 \frac{2}{3}$. Sebaliknya, De Mere mengajukan pendapat bahwa pada lemparan berikutnya kalau pun ia tidak beruntung, permainan akan berakhir seri sehingga De Mere dan temannya sama-sama memperoleh 32 pistole. Kemungkinan lain, De Mere yang beruntung. Ia yang memenangkan permainan sehingga memperoleh 64 pistole. Dengan demikian, sebelum dadu dilemparkan, De Mere sudah memperoleh hak 32 pistole, kemudian 16 pistole lagi atas peluang 50% kemenangan De Mere.



(a)

Blaise Pascal
(1623–1662)



(b)

Pierre de Fermat
(1601–1665)

■ Sumber: www.cygo.com

Bertolak dari inilah, ilmu hitung peluang lahir. Sekarang, ilmu ini banyak digunakan di berbagai disiplin ilmu, seperti lahirnya teori atom, mekanika kuantum, dan radioaktivitas dalam fisika. Dalam matematika sendiri, ilmu hitung peluang melahirkan statistika. Carilah informasi selengkapnya tentang Pascal dan Fermat. Cari juga karya yang lain dari kedua tokoh itu di media internet.

Sumber: www.mysciencelblog.com

• Kerjakan di buku tugas

Soal Kompetensi 4

- Seorang peneliti ingin mengetahui tingkat kecerdasan dari seluruh kelas XI SMA Bina Bangsa. Kelas XI terdiri atas 5 kelompok, yaitu XI A, XI B, XI C, XI D, dan XI E. Setiap kelas terdiri atas 35 siswa. Peneliti itu yakin bahwa hanya dengan meneliti kelas XI C saja tingkat kecerdasan seluruh kelas XI dapat diketahui.

Tentukan

- ruang sampel dan banyak anggotanya;
 - jumlah sampelnya;
 - nama percobaannya.
- Sebanyak 5 orang terdiri atas 2 orang putra dan 3 orang putri akan dipilih 1 orang secara acak untuk mewakili suatu pertemuan. Tentukan peluang terpilihnya seorang putra untuk mewakili pertemuan itu. Berapa peluang terpilihnya seorang putri?
 - Pak Candra mengambil 100 biji jagung yang baik, kemudian memasukkannya dalam sebuah kantong plastik. Beberapa saat kemudian, anaknya juga memasukkan 50 biji jagung yang jelek ke dalam kantong yang sama.
 - Jika Pak Candra mengambil 1 biji jagung dari kantong itu, berapa peluang terambil biji jagung yang baik?
 - Jika 5 biji jagung yang jelek dibuang dari kantong itu, kemudian Pak Candra mengambil sebuah biji jagung lagi, berapa peluang terambil biji yang baik pada pengambilan kali ini?
 - Diberikan 7 angka, yaitu 1, 2, 3, 4, 5, 6, dan 7. Dari huruf-huruf tersebut akan dibentuk angka ratusan. Tentukan
 - peluang angka ratusan lebih dari 500 yang terjadi;
 - peluang angka ratusan ganjil yang terjadi.
 - Tiga buah koin dilempar bersama-sama. Sisi koin adalah sisi angka A dan sisi gambar G. Tentukan
 - peluang muncul ketiga-tiganya gambar;
 - peluang muncul 1 gambar dan 2 angka.

Tantangan

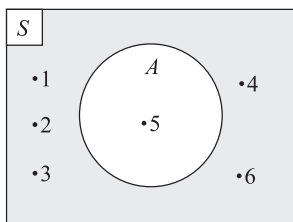
Penalaran

• Kerjakan di buku tugas

Suatu tas koper berisi uang dilengkapi dengan kunci pengaman yang terdiri atas 4 digit. Masing-masing digit merupakan angka 0 sampai dengan 9. Berapa peluang seseorang untuk menemukan angka-angka yang tepat sebagai kunci pembukanya?

6. Diketahui tumpukan satu set kartu *bridge* sejumlah 52 buah yang terdiri atas 13 buah kartu bergambar hati (warna merah), 13 buah kartu bergambar wajik (warna merah), 13 buah kartu bergambar sekop (warna hitam), dan 13 buah kartu bergambar cengkeh (warna hitam). Ketiga belas kartu dari masing-masing gambar terdiri atas kartu bernomor 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Jack (*J*), queen (*Q*), king (*K*), dan As.
- Selanjutnya diambil 1 buah kartu dari tumpukan. Berapa peluang kejadian yang terambil itu
- kartu As berwarna merah;
 - kartu bergambar wajik;
 - kartu berwarna merah;
 - kartu bernomor 8;
 - kartu bernomor ganjil;
 - kartu bernomor berwarna hitam.
7. Soal analog nomor 7. Apabila diambil 3 buah kartu dari tumpukan, berapa peluang kejadian terambilnya
- kartu As semuanya;
 - kartu hitam semuanya;
 - dua buah kartu warna merah dan 1 buah warna hitam;
 - dua buah kartu bernomor ganjil dan 1 buah bernomor genap;
 - semua kartu bernomor genap dan hitam.
8. Andi merupakan salah satu siswa dalam suatu kelas yang terdiri atas 15 putra dan 10 putri. Pada suatu hari akan dipilih perwakilan kelas dalam lomba cerdas cermat sejumlah 4 orang yang terdiri atas 2 laki-laki dan 2 perempuan. Berapa peluang terpilihnya Andi menjadi perwakilan kelas?

3. Komplemen Suatu Kejadian dan Peluangnya



■ Gambar 2.8

Misalkan A adalah kejadian munculnya angka 5 pada pelemparan sebuah dadu. Jadi, $A = \{5\}$. Kejadian munculnya angka bukan 5, yaitu $A^c = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ dinamakan *komplemen dari kejadian A*, ditulis A^c (dibaca A komplemen). Perhatikan diagram Venn di samping.

Pada diagram di samping, $A = \{5\}$ dan $A^c = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

Karena $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, berlaku $S = A \cup A^c$. Di samping itu, $n(A) = 1$, $n(A^c) = 5$, dan $n(S) = 6$. Ternyata, $n(A) + n(A^c) = n(S)$ atau $n(A^c) = n(S) - n(A)$.

Jika kedua ruasnya dibagi dengan $n(S)$, diperoleh

$$\frac{n(A^c)}{n(S)} = \frac{n(S)}{n(S)} - \frac{n(A)}{n(S)} \Leftrightarrow P(A^c) = 1 - P(A)$$

Jadi, jika $P(A^c)$ peluang komplemen A dan $P(A)$ peluang kejadian A , berlaku

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Contoh:

Pada pelemparan sebuah koin yang mempunyai sisi angka A dan sisi gambar G , tentukan peluang muncul sisi angka dan peluang muncul sisi bukan angka.

Jawab:

Misalkan E adalah kejadian muncul sisi angka.

Pada pelemparan sebuah koin, ruang sampelnya adalah $S = \{A, G\}$. Jadi, $n(S) = 2$. Karena $n(A) = 1$ maka

$$P(E) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

Jadi, peluang muncul sisi angka adalah $\frac{1}{2}$.

Peluang muncul bukan sisi angka dapat ditentukan dengan menggunakan hubungan

$$P(E^c) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Problem Solving

Sebuah kotak berisi 3 kelereng merah dan 4 kelereng biru. Dari dalam kotak itu diambil 2 kelereng sekaligus. Tentukan peluang terambil kelereng kedua-duanya bukan biru.

Jawab:

Banyak cara pengambilan 2 kelereng biru dari 4 kelereng biru yang ada adalah

$$C_2^4 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = 6 \text{ cara.}$$

Banyak cara pengambilan 2 kelereng dari seluruh kelereng dalam kotak (7 kelereng) adalah $C_2^7 = \frac{7!}{(7-2)!2!} = 21$ cara.

Misalkan A adalah kejadian terambil kelereng kedua-duanya

$$\text{biru. } P(A) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

Oleh karena itu, peluang terambil kelereng kedua-duanya bukan biru adalah

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

Tantangan

Penalaran

- Kerjakan di buku tugas

- Tiga keping uang logam dilempar ke atas sebanyak satu kali. Hitunglah peluang kejadian
 - ketiga-tiganya tidak muncul sisi angka;
 - paling tidak muncul 2 sisi gambar;
 - paling banyak muncul 2 sisi angka.
 - Sebuah tas berisi 20 bola golf. Bola-bola itu diberi nomor 1–20. Akan diambil secara acak dua bola sekaligus.
 - Tentukan peluang terambil bola dengan nomor 3 dan 7.
 - Tentukan peluang terambil bola dengan nomor ganjil dan nomor genap.
- Tentukan:
- peluang terambil 2 bola merah dan 1 bola putih;
 - peluang terambil 3 bola putih;
 - peluang terambil ketiganya bukan merah.
- Dua buah dadu dilempar bersama-sama. Hitunglah nilai
 - peluang muncul kedua-duanya angka genap;
 - peluang muncul kedua-duanya angka yang sama;
 - peluang muncul kedua-duanya bukan angka yang sama;
 - peluang muncul jumlah angka-angka yang muncul 13.
 - Diberikan angka-angka 3, 4, dan 5. Dari ketiga angka itu akan dibentuk angka puluhan dengan angka-angkanya boleh berulang. Dari bilangan-bilangan yang terbentuk, diambil sebuah bilangan. Tentukan
 - peluang terambil bilangan dengan angka-angka penyusunnya berbeda;
 - peluang terambil bilangan dengan angka-angka penyusunnya sama;
 - peluang terambil bilangan yang nilainya lebih dari 55;
 - peluang terambil bilangan yang nilainya kurang dari 33.
 - Sebelas buah bola bernomor dari 1 s.d. 11 dimasukkan di dalam kotak dan diambil satu buah secara acak. Tentukan peluang terambilnya
 - bola bernomor genap;
 - bola bernomor ganjil;
 - bola dengan nomor kurang dari 8;
 - bola bernomor lebih atau sama dengan 8;
 - bola bernomor bilangan prima;
 - bola bernomor bukan bilangan prima.
 - Tiga buah dadu dilemparkan sekali sekaligus. Tentukan peluang kejadian
 - munculnya mata dadu berjumlah kurang dari 16;
 - munculnya mata dadu berjumlah bukan bilangan prima;
 - munculnya semua mata dadu bernilai genap;
 - munculnya semua mata dadu bernilai ganjil.
 - Di dalam sebuah kotak berisi 10 buah bola. Bola-bola itu diberi nomor 1, 2, 3, 4, dan 5, masing-masing ada 2 buah. Diambil 3 buah bola sekaligus. Tentukan peluang kejadian
 - jumlah ketiga angka pada bola 6;
 - jumlah ketiga angka pada bola tidak lebih dari 8.

C. Frekuensi Harapan Suatu Kejadian

Perhatikan kembali percobaan pelemparan dadu bersisi 6. Peluang muncul setiap sisi adalah sama, yaitu $\frac{1}{6}$. Jika pelemparan dilakukan sebanyak 60 kali, harapan muncul suatu sisi adalah $\frac{1}{6}$ dari 60 kali lemparan, yaitu 10 kali. Kemunculan 10 kali untuk satu sisi inilah yang diharapkan terjadi pada pelemparan sebanyak 60 kali. Hal ini dinamakan *frekuensi harapan*. Jadi, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Frekuensi harapan F_h adalah banyak kejadian yang diharapkan dapat terjadi pada suatu percobaan dan dirumuskan

$$F_h(A) = P(A) \times n$$

dengan $P(A)$ peluang kejadian A dan n banyak percobaan.

Contoh:

Tugas: Inkuiri

• Kerjakan di buku tugas

Kalian telah mengenal kejadian yang mustahil terjadi dan kejadian yang pasti terjadi, serta nilai peluangnya. Bagaimana nilai frekuensi harapannya? Dapatkah kalian memberikan contohnya?

Peluang terjadi hujan pada bulan November adalah 0,71. Berapa kemungkinan tidak hujan pada bulan ini?

Jawab:

Misalkan A adalah kejadian hujan pada bulan November. Jadi, $P(A) = 0,71$.

Peluang tidak terjadi hujan pada bulan ini adalah

$$\begin{aligned} P(A^c) &= 1 - P(A) \\ &= 1 - 0,71 \\ &= 0,29 \end{aligned}$$

Oleh karena itu, kemungkinan tidak terjadi hujan pada bulan November adalah $0,29 \times 30 \text{ hari} = 8,7 \text{ hari}$.

• Kerjakan di buku tugas

Soal Kompetensi 6

1. Sebuah dadu dilemparkan 20 kali. Berapa kali kemungkinan muncul angka genap?
2. Pada percobaan melempar 3 koin sebanyak 120 kali, berapakah frekuensi harapan muncul dua gambar dan 1 angka secara bersamaan pada setiap kali lemparan?
3. Sebuah koin dan sebuah dadu dilempar bersama-sama sebanyak 120 kali. Tentukan
 - a. peluang muncul angka genap dan gambar;
 - b. frekuensi harapan muncul angka genap dan gambar.

Tantangan

Penalaran

• Kerjakan di buku tugas

Perusahaan asuransi memperkirakan bahwa kemungkinan seorang tenaga kerja mengalami kecelakaan dalam satu tahun adalah 0,12. Berapakah di antara 3.000 tenaga kerja yang diperkirakan mengalami kecelakaan dalam 1 tahun? Jika biaya perawatan akibat kecelakaan seorang tenaga kerja Rp2.750.000,00, berapa rupiahkah perusahaan asuransi itu harus menyediakan dana untuk 3 tahun?

4. Sebuah kantong berisi 2 kelereng merah, 8 kelereng biru, dan 3 kelereng putih. Sebuah kelereng diambil dari kantong itu. Jika frekuensi harapan terambil kelereng merah 10 kali, tentukan banyak pengambilan yang dilakukan.
5. Tiga koin dilempar bersama-sama sebanyak n kali. Jika A menyatakan kejadian muncul gambar secara bersamaan, tentukan
 - a. n agar kejadian A muncul 2 kali;
 - b. n agar kejadian A muncul 8 kali.
6. Dari sebuah kotak yang berisi 5 bola merah dan 5 bola putih, diambil secara acak 2 bola sekaligus. Apabila pengambilan dilakukan 10 kali berapakah frekuensi harapan terambil bola yang berlainan warna?
7. Dua buah dadu dilempar secara bersamaan sebanyak 200 kali. Tentukan frekuensi harapan untuk kejadian
 - a. munculnya mata dadu pertama adalah angka 4;
 - b. munculnya kedua mata dadu sama;
 - c. munculnya jumlah kedua mata dadu kurang dari 8;
 - d. munculnya kedua mata dadu angka genap;
 - e. munculnya jumlah kedua mata dadu lebih dari 8;
 - f. munculnya mata dadu pertama ganjil dan mata dadu kedua genap.
8. Perusahaan *real estate* setiap tahun rata-rata mampu membangun bangunan sebanyak 2.500 unit, yang terdiri atas tipe A 1.000 unit dan tipe B 1.500 unit. Peluang masing-masing tipe bangunan yang dibangun terjual adalah 70% dan 85%. Berapa banyak bangunan tipe A dan tipe B yang diharapkan terjual setiap tahun?

D. Peluang Kejadian Majemuk

Pada pembahasan sebelumnya, kalian telah diperkenalkan dengan kejadian majemuk, yaitu kejadian yang terdiri atas beberapa titik sampel. Misalkan kejadian A dan B adalah kejadian sederhana. Jika kita gunakan operasi himpunan gabungan (*union*) atau irisan (*interseksi*), akan terbentuk suatu kejadian majemuk. Misalkan A adalah kejadian muncul angka genap dan B adalah kejadian muncul angka prima pada pelemparan sebuah dadu. Dengan menggunakan operasi gabungan, dilambangkan \cup dan irisan \cap , diperoleh kejadian majemuk $A \cup B$ dan $A \cap B$.

Pada pelemparan sebuah dadu itu, diperoleh ruang sampel

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

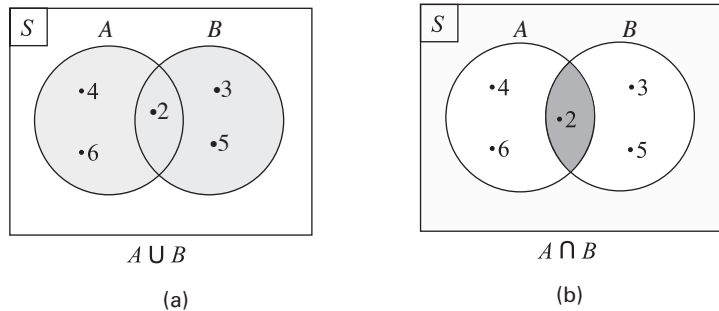
$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{2, 3, 5\}$$

Kejadian $A \cup B$, dibaca kejadian A atau B dapat ditulis $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Hal ini berarti bahwa yang terjadi kejadian A saja, B saja, atau kedua-duanya.

Kejadian $A \cap B$, dibaca kejadian A dan B dapat ditulis $A \cap B = \{2\}$. Hal ini berarti, kejadian A dan B terjadi bersama-sama.

Jika digambarkan dalam diagram Venn, tampak sebagai berikut.



■ **Gambar 2.10**

Kuis

• Kerjakan di buku tugas

Suatu kelas terdiri atas 40 siswa. 25 siswa gemar Matematika, 21 siswa gemar IPS, dan 9 siswa gemar Matematika dan IPS. Peluang seorang tidak gemar Matematika maupun IPS adalah

- | | |
|--------------------|-------------------|
| a. $\frac{25}{40}$ | d. $\frac{4}{40}$ |
| b. $\frac{12}{40}$ | e. $\frac{3}{40}$ |
| c. $\frac{9}{40}$ | |

UMPTN 2000

Kemudian, bagaimana cara menentukan peluangnya? Perhatikan gambar di atas. Jika kita perhatikan, banyak anggota $A \cup B$ dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Karena banyak anggota ruang sampel S adalah $n(S)$, dengan membagi kedua ruas dengan $n(S)$, diperoleh

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$\Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Jadi, diperoleh hubungan sebagai berikut.

Misalkan A dan B adalah kejadian-kejadian dalam ruang sampel S . Peluang kejadian A atau B dapat ditentukan dengan

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh 1:

Sebuah dadu dilemparkan sekali ke atas. Jika A kejadian muncul angka genap dan B kejadian muncul angka prima, tentukan peluang muncul A atau B .

Jawab:

Ruang sampel $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $A = \{2, 4, 6\}$;
 $B = \{2, 3, 5\}$;

$A \cap B = \{2\}$. Dengan demikian, $n(S) = 6$, $n(A) = 3$, $n(B) = 3$, dan $n(A \cap B) = 1$.

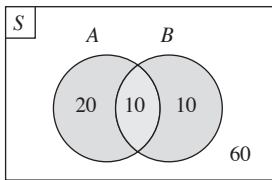
Jadi, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Jadi, peluang muncul A atau B adalah $\frac{5}{6}$.

Contoh 2:

Dari 100 siswa, 30 siswa menggemari sepak bola, 20 siswa menggemari tenis meja, dan 10 orang menggemari kedua cabang olahraga itu. Jika seorang siswa dipilih secara acak, tentukan peluang siswa yang terpilih itu menggemari sepak bola atau tenis meja.



Gambar 2.11

Jawab:

Perhatikan diagram Venn yang menggambarkan soal di atas.

$S = \{\text{siswa}\} \rightarrow n(S) = 100$

$A = \{\text{siswa penggemar sepak bola}\} \rightarrow n(A) = 30$

$B = \{\text{siswa penggemar tenis meja}\} \rightarrow n(B) = 20$

$A \cap B = \{\text{siswa penggemar sepak bola dan tenis meja}\}$

$\rightarrow n(A \cap B) = 10$.

$A \cup B = \{\text{siswa penggemar sepak bola atau tenis meja}\}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$= \frac{30}{100} + \frac{20}{100} - \frac{10}{100}$$

$$= \frac{40}{100}$$

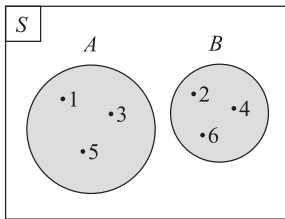
$$= \frac{2}{5}$$

Jadi, peluang yang terpilih adalah siswa penggemar sepak bola

atau penggemar tenis meja adalah $\frac{2}{5}$.

1. Aturan Penjumlahan dalam Peluang Kejadian Majemuk

Pada kejadian majemuk, tidak semua $A \cap B$ mempunyai anggota. Misalkan A adalah kejadian muncul angka ganjil dan B adalah kejadian muncul angka genap pada pelemparan sebuah



■ **Gambar 2.12**

dadu. Pada kejadian itu, $n(A \cap B) = 0$. Kejadian seperti ini dinamakan kejadian saling lepas (*mutually exclusive*). Jika digambarkan dengan diagram Venn, tampak sebagai berikut.

Karena $n(A \cap B) = 0$ maka $P(A \cap B) = 0$.

Akibatnya,

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) \end{aligned}$$

Dari uraian di atas, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

Jika A dan B adalah kejadian-kejadian dalam ruang sampel S yang saling lepas, peluang A atau B dapat dirumuskan dengan

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Aturan seperti ini biasanya disebut *aturan penjumlahan* dalam peluang kejadian majemuk.

Contoh:

Dalam sebuah kotak terdapat 6 kelereng merah dan 4 kelereng biru. Tentukan peluang terambil kelereng merah atau biru pada pengambilan sebuah kelereng dari kotak itu.

Jawab:

Misalkan M adalah kejadian terambil kelereng merah dan B adalah kejadian terambil kelereng biru. Dari soal di atas, diperoleh $n(M) = 6$, $n(B) = 4$, dan $n(S) = 10$. Karena kelereng yang diambil hanya 1, tidak mungkin dalam sekali pengambilan mendapatkan kelereng merah dan biru sekaligus. Artinya, $P(M \cap B) = 0$. Dengan menggunakan aturan penjumlahan, diperoleh

$$P(M \cup B) = P(M) + P(B)$$

$$= \frac{6}{10} + \frac{4}{10}$$

$$= \frac{10}{10}$$

$$= 1$$

Jadi, peluang terambil kelereng merah atau biru pada pengambilan sebuah kelereng adalah 1.

2. Aturan Perkalian dalam Peluang Kejadian Majemuk

Untuk memahami peluang kejadian saling bebas stokastik, lakukan Aktivitas berikut.

Aktivitas

- Tujuan** : Memahami suatu kejadian yang saling bebas stokastik.
- Permasalahan** : Seperti apakah kejadian saling bebas stokastik itu? Bagaimana menentukan peluangnya?
- Kegiatan** : Cobalah kalian lakukan kegiatan melempar sebuah koin dan sebuah dadu bersamaan. Misalkan A adalah kejadian muncul gambar pada koin dan B adalah kejadian muncul nomor genap pada dadu.
1. Apakah munculnya kejadian A bergantung kejadian B ?
 2. Bagaimanakah ruang sampelnya?
 3. Apa saja elemen dari A ? Berapakah peluangnya?
 4. Apa saja elemen dari B ? Berapakah peluangnya?
 5. Apa saja elemen dari $A \cap B$? Berapakah peluangnya?
 6. Apakah $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$?
- Kesimpulan** : Dari kegiatan di atas, apa yang dapat kalian simpulkan?

Misalkan kalian melempar sebuah koin dan sebuah dadu. Kemunculan sisi gambar (G) pada koin jelas tidak memengaruhi munculnya angka 2 pada dadu. Kejadian seperti ini dinamakan *kejadian saling bebas stokastik*.

Pada pelemparan koin dan dadu bersama-sama, ruang sampelnya adalah sebagai berikut.

Dadu \ Koin	1	2	3	4	5	6
A	(A, 1)	(A, 2)	(A, 3)	(A, 4)	(A, 5)	(A, 6)
G	(G, 1)	(G, 2)	(G, 3)	(G, 4)	(G, 5)	(G, 6)

A : sisi angka pada koin

G : sisi gambar pada koin

Misalkan A adalah kejadian muncul sisi gambar pada koin dan B adalah kejadian muncul angka 2 pada dadu. Oleh karena itu,

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ dan } P(B) = \frac{1}{6}.$$

Kuis

• Kerjakan di buku tugas

Dalam sebuah kotak terdapat 5 bola merah dan 10 bola putih. Jika diambil dua bola secara bersamaan, peluang memperoleh dua bola berwarna sama adalah

- a. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{10}{21}$
 b. $\frac{1}{4}$ e. $\frac{11}{21}$
 c. $\frac{2}{21}$

Olimpiade Nasional, 2006

Sekarang perhatikan kejadian majemuk munculnya sisi gambar pada koin dan angka 2 pada dadu. Dari tabel di atas, tampak bahwa $A \cap B = \{(G, 2)\}$. Jadi, $n(A \cap B) = 1$.

Dengan demikian,

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \\ = \frac{1}{12}$$

Ternyata, pada kejadian ini berlaku

$$P(A \cap B) = \frac{1}{12} \\ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = P(A) \times P(B)$$

Secara umum, dapat dikatakan sebagai berikut.

Jika kejadian A dan B saling bebas stokastik, $P(A)$ peluang terjadinya kejadian A dan $P(B)$ peluang terjadinya kejadian B , peluang terjadinya A dan B , ditulis $P(A \cap B)$ adalah

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Aturan di atas biasanya disebut *aturan perkalian* untuk dua kejadian saling bebas stokastik.

Mari Berdiskusi

Inkuiri

Setelah memahami uraian tentang kejadian saling bebas stokastik, dapatkah kalian menemukan 3 contoh kejadian yang termasuk di dalamnya. Berikan alasan kalian, mengapa kejadian itu termasuk kejadian saling bebas stokastik?

Contoh:

Tugas: Eksplorasi

• Kerjakan di buku tugas

Pahami kembali contoh ini. Coba kalian tunjukkan dengan menggunakan tabel kemungkinan kejadian bahwa

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Dua buah dadu ditos bersama-sama. Misalnya A menyatakan kejadian muncul mata dadu genap pada dadu I dan B kejadian muncul mata dadu ganjil pada dadu II. Tentukan peluang munculnya A dan B .

Jawab:

$$A = \{2, 4, 6\} \rightarrow n(A) = 3; n(S) = 6$$

$$B = \{1, 3, 5\} \rightarrow n(B) = 3; n(S) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \times P(B) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Problem Solving

Peluang sebuah pohon jati mampu hidup hingga 30 tahun lagi dari sekarang adalah $\frac{3}{8}$. Peluang sebuah pohon randu mampu

bertahan hidup hingga 30 tahun lagi dari sekarang adalah $\frac{2}{7}$.

Tentukan

- peluang dari sekarang keduanya akan hidup;
- peluang hanya pohon jati yang hidup.

Jawab:

$P(A)$ = Peluang pohon jati mampu bertahan hidup hingga 30 tahun lagi dari sekarang = $\frac{3}{8}$.

$P(B)$ = Peluang pohon randu mampu bertahan hidup hingga 30 tahun lagi dari sekarang = $\frac{2}{7}$.

$P(A^c)$ = Peluang pohon jati mati 30 tahun dari sekarang
 $= 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$.

$P(B^c)$ = Peluang pohon randu mati 30 tahun dari sekarang
 $1 - P(B) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$.

$$\begin{aligned} \text{a. } P(A \cap B) &= P(A) \times P(B) \\ &= \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} \\ &= \frac{3}{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } P(A \cap B^c) &= P(A) \times P(B^c) \\ &= \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \\ &= \frac{15}{56} \end{aligned}$$

3. Peluang Kejadian Bersyarat

Misalkan kejadian B terjadi jika kejadian A telah diketahui atau telah terjadi, ditulis $P(B|A)$. Untuk memahami kejadian bersyarat, lakukan Aktivitas berikut.

Aktivitas

- Tujuan** : Menentukan peluang kejadian bersyarat.
- Permasalahan** : Bagaimana menentukan peluang suatu kejadian dengan syarat kejadian lain terjadi terlebih dahulu?
- Kegiatan** : Sediakan 7 kelereng merah dan 3 kelereng biru, kemudian masukkan dalam 1 wadah.
1. Ambil sebuah kelereng, kemudian hitung peluang terambilnya merah.
 2. Misalkan terambil merah pada pengambilan pertama.
 - a. Kembalikan kelereng yang telah kalian ambil ke dalam wadah tadi. Kemudian, ambil sebuah kelereng. Tentukan peluang terambil merah pada pengambilan yang kedua ini.
 - b. Tanpa mengembalikan kelereng yang telah kalian ambil pada pengambilan pertama, lanjutkan pengambilan sebuah kelereng lagi. Tentukan peluang terambil merah pada pengambilan yang kedua ini.
- Kesimpulan** : Apa yang dapat kalian simpulkan?

Dari Aktivitas di atas, jika kalian melakukannya dengan benar, peluang terambil kelereng merah pada pengambilan kedua bergantung pada hasil pengambilan pertama. Untuk kejadian A dan B kejadian saling bebas stokastik, kejadian A yang terjadi tidak mempengaruhi peluang kejadian B , ditulis $P(B|A) = P(B)$. Karena $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, dengan $P(B) = P(B|A)$, diperoleh rumus

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) \text{ atau } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$$

Secara umum, dapat dikatakan sebagai berikut.

Peluang kejadian B dengan syarat kejadian A telah terjadi, dirumuskan dengan

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Dengan kata lain, peluang kejadian A diikuti kejadian B pada pengambilan berikutnya adalah $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$.

Contoh:

Dari tugas di atas, tentukan peluang terambil kelereng berturut-turut merah, kemudian biru.

Jawab:

Diketahui banyak kelereng sebelum pengambilan pertama adalah 10, yaitu 7 merah dan 3 biru. Misalkan M adalah kejadian terambil merah, B kejadian terambil biru, dan $B|M$ kejadian terambil biru setelah kejadian pertama terambil merah.

Peluang terambil merah pada pengambilan pertama adalah

$$P(M) = \frac{7}{10}.$$

Banyak kelereng setelah pengambilan pertama adalah 9, yaitu

$$6 \text{ merah dan } 3 \text{ biru. Jadi, } P(B|M) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

Dengan demikian,

$$P(M \cap B) = P(M) \times P(B|M)$$

$$= \frac{7}{10} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{7}{30}$$

Jadi, peluang terambil kelereng merah diikuti kelereng biru

$$\text{berturut-turut adalah } \frac{7}{30}.$$

Soal Kompetensi 7

• Kerjakan di buku tugas

Tantangan

Berpikir kritis

• Kerjakan di buku tugas

Dalam sebuah lomba balap sepeda motor, ada 8 peserta. Masing-masing motor diberi nomor punggung 1–8. Tentukan peluang motor bernomor 3, 7, dan 1 berturut-turut keluar sebagai juara 1, 2, dan 3.

1. Sebuah kartu remi (*bridge*) diambil dari 1 set lengkap (52 kartu). Tentukan peluang terambil kartu As atau kartu bergambar. (Ingat: 1 set kartu terdiri atas 4 As , 12 gambar, dan 36 angka).
2. Pada percobaan melempar dua buah dadu, tentukan peluang muncul angka genap pada dadu pertama dan angka ganjil prima pada dadu kedua.
3. Suatu kelas terdiri atas 40 siswa. Dari sejumlah siswa tersebut, 25 siswa gemar Matematika, 21 siswa gemar Ekonomi, dan 9 siswa gemar kedua mata pelajaran tersebut. Tentukan peluang siswa yang gemar Matematika atau Ekonomi.

Tantangan

Berpikir kritis

- Kerjakan di buku tugas

Sebuah lembaga penelitian sedang melakukan penelitian tentang minat masyarakat terhadap suatu produk peralatan komputer. Berdasarkan hasil survei di suatu daerah diperoleh data bahwa 8% orang tidak menyukai peralatan komputer merek X, 20% orang menyukai merek Y, dan 10% tidak menyukai merek X tapi menyukai merek Y. Berapakah peluang seseorang menyukai merek X tapi tidak menyukai merek Y apabila seseorang tersebut dipilih secara acak di daerah tersebut?

- Sebuah dadu dan sebuah koin dilempar satu kali. Tentukan peluang
 - muncul mata dadu ganjil dan sisi angka pada koin;
 - muncul mata dadu prima ganjil dan sisi gambar pada koin;
 - muncul mata dadu 5 dan sisi angka pada koin.
- Jika A dan B adalah dua buah kejadian, dengan $P(A) = 0,6$ dan $P(B) = 0,5$, tentukan
 - $P(A \cup B)$;
 - $P(A \cap B)$;
 - $P(A^c)$;
 - $P(B^c)$;
 - $P(A^c \cap B)$;
 - $P(A^c \cap B^c)$;
- Dari sebuah kotak yang berisi 10 bola merah yang diberi nomor 1 s.d. 10. Selanjutnya, diambil sebuah bola secara acak. Berapa peluang terambilnya bola dengan nomor genap atau ganjil?
- Dua buah kotak diisi dengan bola-bola. Kotak pertama berisi 6 bola merah bernomor 1 s.d. 6 dan kotak yang lain berisi 5 bola hijau bernomor 1 s.d. 5. Tentukan berapa peluang terambilnya bola merah dan hijau bernomor kurang dari 4 atau kedua bola bernomor sama apabila dari masing-masing kotak tersebut diambil satu bola secara bersamaan?
- Sebuah kartu diambil secara acak dari 1 set kartu *bridge*. Hitunglah peluang yang terambil itu adalah
 - kartu bernomor 9 atau kartu berwarna merah;
 - kartu bernomor 7 atau berwarna merah;
 - kartu bergambar hati atau king;
 - kartu bernomor 8 atau bernomor 9;
 - kartu bernomor ganjil atau *queen* (Q).
- Dua buah dadu dilempar secara bersamaan sebanyak satu kali. Hitunglah peluang kejadian munculnya mata dadu pertama kurang dari 5 atau mata dadu kedua kurang dari 4.
- Tiga buah dadu dilempar bersama secara bersamaan sebanyak satu kali. Hitunglah peluang kejadian munculnya ketiga mata dadu berjumlah 14 atau berjumlah 16.

4. Menghitung Peluang dengan Cara Lain

Kalian telah mempelajari konsep permutasi dan kombinasi. Masih ingatkah kalian? Hal yang perlu kalian ingat adalah permutasi memerhatikan urutan, sedangkan kombinasi tidak memerhatikan urutan. Kita akan menggunakan kedua konsep itu untuk menghitung peluang suatu kejadian.

Contoh 1:

Sebanyak 6 pelari (masing-masing pelari memiliki nomor punggung 1–6) ikut serta dalam lomba lari. Tentukan peluang pelari bernomor punggung 3, 2, dan 6 berturut-turut akan keluar sebagai juara I, II, dan III.

Jawab:

Misalkan A = kejadian pelari bernomor punggung 3, 2, dan 6 berturut-turut sebagai juara I, II, dan III.

Banyak cara agar 3 pelari dari 6 pelari memenangkan lomba yang mementingkan urutan pemenang adalah sebagai berikut.

$$P_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = 120.$$

Hanya ada satu kemungkinan (cara) pelari bernomor 3, 2, dan 6 berturut-turut sebagai juara I, II, dan III. Jadi, peluang yang

dimaksud pada soal adalah $P(A) = \frac{1}{120}$.

Contoh 2:

Sebanyak 6 pelari (masing-masing memiliki nomor punggung 1–6) ikut serta dalam lomba lari. Juara hanya diambil 3 kategori, yaitu juara I, II dan III. Tentukan peluang pelari bernomor punggung 3, 2, dan 6 akan menjadi juara.

Jawab:

	Juara		
	I	II	III
Nomor punggung	3	2	6
	3	6	2
	2	3	6
	2	6	3
	6	2	3
	6	3	2

Misalkan A = kejadian pelari bernomor punggung 3, 2, dan 6 akan menjadi juara (posisi bebas).

Banyak cara 3 orang menempati posisi juara ada $3! = 6$.
Jadi, $n(A) = 6$.

Banyak cara 3 orang menjadi juara dari 6 orang peserta lomba tanpa memerhatikan urutan adalah C_3^6 .

$$C_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 3!} = 20 \rightarrow n(S)$$

$$\text{Jadi, } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{20}.$$

Hati-hati, perhatikan kunci perbedaan permasalahan dengan Contoh 1.

Problem Solving

Dalam sebuah kantong terdapat 8 kelereng hijau, 4 kelereng putih, dan 9 kelereng kuning. Akan diambil acak 3 kelereng sekaligus.

Tentukan peluang terambil

- kelereng kuning semua;
- 1 kelereng hijau 2 kelereng kuning;
- ketiga warna kelereng berbeda.

Jawab:

Banyak kelereng $8 + 4 + 9 = 21$.

Banyak cara mengambil 3 kelereng dari 21 yang tersedia adalah C_3^{21} .

- Terpilih 3 kelereng kuning (dari 9 kelereng kuning)

$$P = \frac{C_3^9}{C_3^{21}} = \frac{84}{1.330} = \frac{6}{95}$$

- Terpilih 1 kelereng hijau (dari 8 kelereng hijau) dan 2 kelereng kuning (dari 9 kelereng kuning)

$$P = \frac{C_1^8 \times C_2^9}{C_3^{21}} = \frac{8 \times 36}{1.330} = \frac{288}{1.330} = \frac{144}{665}$$

- Terpilih ketiga warna kelereng berbeda (1 hijau, 1 putih, dan 1 kuning)

$$P = \frac{C_1^8 \times C_1^4 \times C_1^9}{C_3^{21}} = \frac{8 \times 4 \times 9}{1.330} = \frac{288}{1.330} = \frac{144}{665}$$

Soal Kompetensi 8

• Kerjakan di buku tugas

- Ada 9 pelari masing-masing bernomor 1–9. Mereka mengikuti lomba untuk memperebutkan juara I, II, dan III. Tentukan peluang yang menjadi juara I, II, dan III, berturut-turut adalah pelari bernomor punggung 7, 9, dan 2.
- Sebuah bola diambil secara random dari sebuah kotak yang berisi 4 bola merah, 6 bola hijau, dan 5 bola putih. Tentukan peluang bahwa yang terambil adalah
 - bola hijau;
 - bola bukan merah;
 - bola putih.
- Sebuah kantong berisi 8 bola kuning, 3 bola merah, dan 5 bola putih. Jika 3 bola terambil secara acak, tentukan peluang terambil
 - semuanya bola merah;
 - semuanya bola kuning;
 - 2 merah dan 1 putih;
 - paling sedikit 1 merah.

Tugas: Informasi Lanjut

• Kerjakan di buku tugas

Untuk memperkaya wawasan kalian tentang peluang, carilah informasi tentang peluang (tokoh maupun materi perluasan) di internet, perpustakaan, atau buku-buku referensi.

4. Sebuah kantong berisi 5 kelereng berwarna putih dan 3 kuning. Diambil secara acak 2 bola sekaligus. Tentukan peluang yang terambil 1 bola merah dan 1 bola putih.
5. Sebuah wadah berisi 4 bola putih, 5 bola biru, dan 6 bola merah. Dari dalam wadah itu, diambil secara acak 3 bola sekaligus. Tentukan peluang yang terambil
 - a. ketiganya merah;
 - b. ketiganya biru;
 - c. 1 merah dan 2 putih;
 - d. 1 merah, 1 putih, dan 1 biru;
 - e. paling sedikit 1 merah.

Rangkuman

1. Jika terdapat n tempat dengan ketentuan banyak cara mengisi tempat pertama C_1 , banyak cara mengisi tempat kedua C_2 , ..., banyak cara mengisi tempat ke- n C_n maka banyak cara untuk mengisi n buah tempat secara keseluruhan adalah $C_1 \times C_2 \times C_3 \times \dots \times C_n$.
2. Faktorial dinyatakan dengan $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$.
3. Permutasi k unsur dari n unsur yang tersedia dengan memerhatikan urutan susunannya dapat ditentukan dengan
$$P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$
.
4. Permutasi siklis dirumuskan dengan $P_{\text{siklis}} = (n-1)!$
5. Kombinasi k unsur dari n unsur yang tersedia dirumuskan dengan
$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$
.
6. Peluang dari kejadian A dalam ruang sampel S dirumuskan dengan $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$, untuk $n(A)$ banyak anggota A dan $n(S)$ banyak anggota ruang sampel S .
7. Hubungan peluang kejadian A dan peluang komplementnya dirumuskan dengan $P(A^c) = 1 - P(A)$.
8. Frekuensi harapan dirumuskan dengan $F_h(A) = P(A) \times n$ dengan $P(A)$ peluang kejadian A dan n banyak percobaan.
9. Peluang gabungan kejadian A atau B dirumuskan dengan $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
Jika $P(A \cap B) = 0$ maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
10. Aturan perkalian dalam peluang kejadian majemuk adalah $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, syaratnya kejadian A tidak memengaruhi kejadian B .

Refleksi

Seperti yang telah kalian ketahui bahwa ilmu hitung peluang pada mulanya berawal dari suatu permainan judi. Setujukah kalian bahwa mempelajari peluang berarti mendekati permainan judi? Alat-alat yang dipergunakan dalam hitung

peluang berhubungan dengan alat-alat yang digunakan dalam permainan judi. Menurutmu, apakah hal ini dapat memengaruhi siswa untuk bermain judi? Kemukakan alasanmu.

Tes Kemampuan Bab II

• Kerjakan di buku tugas

A. Pilihlah jawaban yang tepat dengan memberi tanda silang (x) pada huruf a, b, c, d, atau e.

- 10 orang finalis suatu lomba kecantikan akan dipilih secara acak 3 yang terbaik. Banyak cara pemilihan tersebut ada ... cara. (UN 2005)
 - 70
 - 80
 - 120
 - 360
 - 720
- Kursi-kursi di dalam suatu gedung pertunjukan opera diberi nomor dengan format huruf dan angka seperti *A10*, *B29*, *B32*, demikian seterusnya. Angka yang digunakan dalam penomoran tersebut merupakan bilangan bulat positif yang tidak lebih dari 60. Jumlah maksimum kursi yang dapat dinomori adalah ...
 - 1.500
 - 1.550
 - 1.560
 - 1.600
 - 1.650
- Banyaknya cara penyusunan menu nasi goreng tiga kali dalam satu minggu untuk sarapan pagi adalah ...
 - 35
 - 40
 - 45
 - 125
 - 250
- Banyak cara membagikan 8 buah buku yang berbeda kepada tiga orang siswa apabila siswa pertama mendapat 4 buku; siswa kedua dan ketiga masing-masing mendapat 2 buku adalah ...
 - 240
 - 360
 - 420
 - 630
 - 480
- Jika $C_4^n = n^2 - 2n$ maka $C_{n+3}^{2n} = \dots$
 - 101
 - 1.001
 - 1.010
 - 1.011
 - 1.100
- Dari 4 pasangan suami istri akan dipilih 2 orang pria dan 2 orang wanita untuk menjadi pengurus kampung. Banyaknya cara pemilihan pengurus tersebut dengan syarat tidak boleh ada pengurus yang merupakan pasangan suami istri adalah ...
 - 4
 - 6
 - 12
 - 36
 - 40
- Banyaknya bilangan genap yang dapat dibentuk antara 400 s.d. 900 dari angka-angka 3, 4, 5, dan 6 adalah ...
 - 8
 - 12
 - 16
 - 24
 - 48
- Banyaknya bilangan antara 2.000 dan 6.000 yang dapat disusun dari angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, dan tidak ada angka yang sama adalah ... (UAN 2002)
 - 1.680
 - 1.470
 - 1.260
 - 1.050
 - 840

9. Dari kota A ke kota B dilayani oleh 4 bus dan dari B ke C oleh 3 bus. Seseorang berangkat dari kota A ke kota C melalui B , kemudian kembali lagi ke A juga melalui B . Jika saat kembali dari C ke A , ia tidak mau menggunakan bus yang sama maka banyak cara perjalanan orang tersebut adalah (UAN 2002)
- 12
 - 36
 - 72
 - 96
 - 144
10. Banyak garis yang dapat dibuat dari 8 titik yang tersedia, dengan tidak ada 3 titik yang segaris adalah (UAN 2000)
- 336
 - 168
 - 56
 - 28
 - 16
11. Di antara 99 bilangan asli pertama, peluang untuk memilih secara acak sebuah bilangan yang habis dibagi 2 atau 5 adalah
- $\frac{69}{99}$
 - $\frac{60}{99}$
 - $\frac{70}{99}$
 - $\frac{79}{99}$
 - $\frac{59}{99}$
12. Dari 6 orang pria dan 4 wanita, dipilih 3 orang dari 2 orang pria dan 1 orang wanita. Peluang pemilihan tersebut adalah
- $\frac{70}{120}$
 - $\frac{60}{120}$
 - $\frac{36}{120}$
 - $\frac{19}{120}$
 - $\frac{10}{120}$
13. Masing-masing kotak A dan B berisi 12 buah lampu pijar. Setelah diperiksa, ternyata pada kotak A terdapat 2 lampu yang rusak dan pada kotak B terdapat 1 lampu rusak. Dari masing-masing kotak diambil 1 lampu pijar secara acak. Peluang terambilnya sebuah lampu pijar rusak adalah
- $\frac{2}{144}$
 - $\frac{3}{144}$
 - $\frac{18}{144}$
 - $\frac{32}{144}$
 - $\frac{38}{144}$
14. Dalam kantong I terdapat 5 kelereng merah dan 3 kelereng putih, dalam kantong II terdapat 4 kelereng merah dan 6 kelereng hitam. Dari setiap kantong diambil satu kelereng secara acak. Peluang terambilnya kelereng putih dari kantong I dan kelereng hitam dari kantong II adalah (UN 2007)
- $\frac{39}{40}$
 - $\frac{9}{13}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{9}{20}$
 - $\frac{9}{40}$

15. A , B , C , dan D akan berfoto secara berdampingan. Peluang A dan B selalu berdampingan adalah (UN 2006)
- $\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{6}$
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{2}{3}$
16. Sebuah kotak berisi 5 bola merah, 4 bola biru, dan 3 bola kuning. Dari dalam kotak diambil 3 bola sekaligus secara acak, peluang terambil 2 bola merah dan 1 bola biru adalah (UAN 2004)
- $\frac{1}{10}$
 - $\frac{5}{36}$
 - $\frac{1}{6}$
 - $\frac{2}{11}$
 - $\frac{4}{11}$
17. Dalam suatu populasi keluarga dengan tiga orang anak, peluang keluarga tersebut mempunyai paling sedikit dua anak laki-laki adalah (UAN 2004)
- $\frac{1}{8}$
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{3}{8}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{3}{4}$
18. Dua buah dadu dilempar bersama-sama. Peluang munculnya jumlah mata dadu 9 atau 10 adalah (UAN 2003)
- $\frac{5}{36}$
 - $\frac{7}{36}$
 - $\frac{8}{36}$
 - $\frac{9}{36}$
 - $\frac{11}{36}$
19. Sebuah dompet berisi uang logam, 5 keping lima ratusan dan 2 keping ratusan rupiah. Dompet yang lain berisi uang logam 1 keping lima ratusan dan 3 keping ratusan rupiah. Jika sebuah uang logam diambil secara acak dari salah satu dompet, peluang untuk mendapatkan uang logam ratusan rupiah adalah (UAN 2003)
- $\frac{3}{56}$
 - $\frac{6}{28}$
 - $\frac{8}{28}$
 - $\frac{29}{56}$
 - $\frac{30}{56}$
20. Peluang Desi tidak lulus Ujian Akhir Nasional (UAN) adalah 0,05 dan peluang Heni tidak lulus UAN adalah 0,08. Peluang Desi lulus UAN, tetapi Heni tidak lulus UAN adalah
- 0,043
 - 0,046
 - 0,076
 - 0,928
 - 0,958

21. Sebuah kotak berisi 3 bola emas bernomor 1 s.d. 3 dan 4 bola perak bernomor 4 s.d. 7. Dari kotak tersebut diambil 2 bola sekaligus. Peluang bahwa kedua bola yang terambil adalah 1 bola emas dan 1 bola perak yang masing-masing bernomor ganjil adalah

- a. $\frac{1}{3}$
- b. $\frac{1}{12}$
- c. $\frac{1}{4}$
- d. $\frac{1}{6}$
- e. $\frac{2}{3}$

22. Misalkan A dan B adalah suatu kejadian.

Jika $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(A^c) = \frac{2}{3}$, dan

$P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ maka $P(B) = \dots$

- a. $\frac{1}{5}$
- c. $\frac{1}{2}$
- d. $\frac{2}{3}$
- b. $\frac{1}{3}$
- e. $\frac{4}{5}$

23. Seorang penembak mempunyai akurasi menembak dengan tepat sebesar 90%.

Jika hasil bidikan yang diulang bebas dan kemampuan penembak itu tetap, peluang menembak 3 kali dengan hasil untuk pertama kali meleset dan dua kali berikutnya tepat adalah

- a. 0,81
- b. 0,18
- c. 0,09
- d. 0,081
- e. 0,027

24. Indah dan Ferdi mengikuti suatu ujian. Peluang Indah dan Ferdi untuk lulus dalam tes itu berturut-turut adalah 0,85 dan 0,6. Peluang Indah lulus, tetapi Ferdi gagal adalah

- a. 0,09
- b. 0,24
- c. 0,25
- d. 0,34
- e. 0,51

25. Sekelompok remaja terdiri atas 10 pria dan 20 wanita. Setengah dari pria dan setengah dari wanita berasal dari kota Nusa. Peluang seorang yang dipilih dari kelompok itu berasal dari kota Nusa atau seorang pria adalah (Ebtanas 1993)

- a. $\frac{16}{20}$
- b. $\frac{14}{20}$
- c. $\frac{12}{20}$
- d. $\frac{18}{20}$
- e. $\frac{7}{20}$

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan benar.

- Sebuah pesan yang berupa sandi morse dapat dibentuk dari rangkaian 5 buah garis putus-putus dan 3 buah titik. Berapa banyak pesan yang dapat dibentuk?



Contoh pesan sandi morse

- Seorang peternak akan membeli 2 ekor kambing, 3 ekor sapi, dan 4 ekor kerbau dari seorang pedagang. Pedagang itu mempunyai kambing, sapi, dan kerbau yang masing-masing berjumlah 5, 6, dan 7 ekor. Berapa cara dapat dipilih peternak untuk memperoleh hewan-hewan tersebut?
- Terdapat 6 pasang sepatu di dalam lemari. Jika 4 buah sepatu diambil secara acak dari lemari tersebut, berapa peluang terambilnya 2 buah sepatu sebelah kanan dan 2 buah sepatu sebelah kiri, tetapi tidak ada yang merupakan pasangan kanan dan kiri?
- Suatu kelas terdiri atas 42 siswa. Dari sejumlah siswa, 25 siswa gemar sepak bola, 21 siswa gemar badminton, dan 9 siswa gemar kedua-duanya. Berapakah banyak siswa yang tidak gemar kedua jenis olahraga tersebut? Tentukan pula peluangnya.
- Terdapat 6 putra dan 2 putri yang akan menempati 8 kursi berjajar. Tentukan banyak cara duduk dengan urutan berbeda jika
 - mereka dapat duduk di sembarang tempat;
 - putri harus duduk di ujung;
 - kursi yang paling ujung (kanan dan kiri) tidak boleh ditempati putri.
- Tujuh kali kecelakaan mobil terjadi dalam seminggu. Berapa peluang bahwa semua kecelakaan tersebut terjadi pada hari yang sama?
- Di antara 10 orang siswa, berapakah banyak cara membentuk sebuah badan perwakilan yang beranggotakan 5 orang sedemikian rupa sehingga
 - siswa bernama A selalu masuk di dalamnya;
 - siswa bernama B tidak masuk di dalamnya;
 - siswa bernama A selalu masuk di dalamnya, tetapi siswa B tidak;
 - siswa bernama B selalu masuk di dalamnya, tetapi siswa A tidak;
 - siswa bernama A dan B selalu masuk di dalamnya;
 - setidaknya salah satu dari mahasiswa bernama A atau B masuk di dalamnya?
- Dalam kotak A terdapat 5 bola merah dan 6 bola putih. Dalam kotak B terdapat 6 bola merah dan 4 bola kuning. Dari macam-macam kotak itu diambil sebuah bola secara acak. Tentukan peluang terambil.
 - bola merah dari kotak A dan bola merah pula dari kotak B ;
 - bola merah dari kotak A dan bola kuning dari kotak B ;
 - bola putih dari kotak A dan bola merah dari kotak B ;
 - bola putih dari kotak A dan bola kuning dari kotak B .

9. Sebuah kotak berisi 7 buah kue bolu berwarna merah dan 5 kue bolu berwarna hijau. Dari dalam kotak tersebut, diambil 2 buah kue satu per satu tanpa pengembalian. Hitunglah peluang kejadian jika yang terambil
- kue bolu berwarna merah pada pengambilan pertama maupun kedua;
 - kue bolu berwarna hijau pada pengambilan pertama dan berwarna merah pada pengambilan kedua;
 - kue bolu berwarna hijau pada pengambilan pertama maupun kedua.
10. Dua buah dadu (dadu I dan dadu II) dilempar secara bersamaan sebanyak satu kali. Diketahui bahwa A adalah kejadian muncul jumlah kedua mata dadu 6; B adalah kejadian muncul mata dadu 1 atau 2 dari dadu I; C adalah kejadian muncul salah satu mata dadu 2.
- Tentukan peluang dari kejadian-kejadian bersyarat berikut.
- $P(A|B)$
 - $P(B|C)$
 - $P(A|C)$
 - $P(C|A)$
 - $P(B|A)$
 - $P(C|B)$

Kata Bijak

Lakukanlah sesuatu sesuai kemampuan Anda, jangan menunda karena ada kemungkinan Anda tidak akan memperoleh apa-apa.

Latihan Ulangan Umum Semester 2

• Kerjakan di buku tugas

A. Pilihlah jawaban yang tepat dengan memberi tanda silang (x) pada huruf a, b, c, d, atau e.

- Apabila $P_5^{2n} = 56P_3^6$ maka C_7^{2n}
 - 6
 - 8
 - 6!
 - 8!
 - 24
- Jika $C_5^{n+2} = 2C_4^{n+1}$ dan $n > 5$ maka nilai $n = \dots$
 - 8
 - 9
 - 10
 - 11
 - 12
- Kombinasi r unsur dari n unsur dinyatakan dengan C_r^n . Jika $C_3^n = 2n$, nilai C_8^{2n} adalah
 - 55
 - 45
 - 35
 - 24
 - 15
- Di kelas XI akan diadakan pemilihan pengurus kelas yang terdiri atas ketua, wakil ketua, sekretaris, dan bendahara kelas. Jika hanya ada 7 siswa yang kompeten, banyak cara pemilihan tersebut adalah
 - 840
 - 420
 - 252
 - 250
 - 210
- Disediakan angka-angka 3, 5, 6, 7, dan 9. Dari angka tersebut, akan disusun bilangan ratusan yang berbeda. Bilangan-bilangan yang tersusun, dengan nilai kurang dari 600 sebanyak
 - 8
 - 10
 - 12
 - 18
 - 24
- Dari angka 3, 5, 6, 7, dan 9 dibuat bilangan yang terdiri atas tiga angka yang berbeda. Di antara bilangan-bilangan tersebut yang kurang dari 400 banyaknya adalah
 - 16
 - 12
 - 10
 - 8
 - 6
- Seorang siswa diminta mengerjakan 5 dari 7 soal ulangan. Akan tetapi, ada ketentuan bahwa soal nomor 1 dan 2 harus dikerjakan. Banyaknya pilihan soal yang dapat diambil siswa tersebut adalah
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
 - 10
- Dari sekelompok remaja terdiri atas 10 pria dan 7 wanita, akan dipilih 2 pria dan 3 wanita untuk mewakili perlombaan group vokal. Banyaknya cara pemilihan tersebut adalah (UMPTN 2000)
 - 1.580
 - 1.575
 - 1.595
 - 5.175
 - 6.188
- Dari angka-angka 2, 3, 5, 6, 7, dan 9, disusun bilangan yang terdiri atas 3 angka yang berlainan. Banyaknya bilangan yang dapat disusun dengan nilai lebih kecil daripada 500 adalah
 - 10
 - 20
 - 30
 - 40
 - 50

10. Di suatu perkumpulan bulu tangkis akan dipilih perwakilan untuk lomba. Adapun jumlah perwakilan yang akan dipilih adalah 6 orang, dari 9 orang yang terdiri dari 5 pria dan 4 wanita. Banyak susunan perwakilan yang dapat dibentuk jika sekurang-kurangnya terpilih 2 pria adalah
- 84
 - 80
 - 72
 - 68
 - 66
11. Banyaknya cara penyusunan huruf yang dapat dibentuk dari huruf-huruf penyusun kata "GOTONGROYONG" adalah
- 1.420.300
 - 1.542.730
 - 1.524.730
 - 1.663.200
 - 1.662.300
12. Pada suatu kompetisi sepak bola diikuti 5 klub (A, B, C, D, E), masing-masing klub membawa bendera untuk dikibarkan pada 5 buah tiang berjajar. Banyak cara yang dapat dilakukan untuk menempatkan 5 bendera itu, dengan bendera klub A terletak di tengah-tengah adalah
- 24
 - 48
 - 72
 - 96
 - 120
13. Suatu pertemuan dihadiri oleh 15 tamu undangan. Apabila semua orang yang hadir tersebut melakukan jabat tangan, banyaknya jabat tangan yang terjadi pada pertemuan itu adalah
- 15
 - 30
 - 105
 - 157
 - 210
14. Ali, Bety, Candra, dan Devi akan bekerja secara bergiliran. Banyaknya urutan kerja yang dapat disusun, dengan Ali selalu mendapat giliran terakhir adalah
- 3
 - 6
 - 12
 - 18
 - 24
15. Suatu stadion mempunyai 5 pintu masuk. Tiga orang hendak memasuki stadion tersebut. Banyak cara mereka dapat memasuki stadion dengan pintu yang berlainan adalah
- 60
 - 50
 - 30
 - 20
 - 10
16. Banyak cara penyusunan 15-*puzzle* seperti contoh di bawah ini adalah

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

- P_{15}^{16}
- P_{16}^{16}
- P_{15}^{16}
- P_{16}^{16}
- P_{15}^{15}

17. Banyak bilangan genap mulai dari 10 sampai dengan 99 yang terdiri atas digit-digit yang berbeda adalah
- 35
 - 40
 - 41
 - 50
 - 55

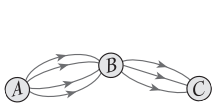
18. Banyak bilangan ganjil mulai dari 100–999 yang terdiri atas digit berbeda adalah
- 450
 - 315
 - 300
 - 250
 - 215
19. Banyak cara membagikan 5 kartu *bridge* yang diambil dari tumpukan sejumlah kartu yang berisi 52 kartu ke masing-masing dari 6 orang adalah
- $C_6^{52} \times C_6^{47} \times C_6^{42} \times C_6^{37} \times C_6^{32}$
 - $C_6^{52} \times C_5^{52} \times C_4^{52} \times C_3^{52} \times C_2^{52}$
 - $C_5^{52} \times C_5^{51} \times C_5^{50} \times C_5^{49} \times C_5^{48}$
 - $C_6^{52} \times C_5^{47} \times C_4^{42} \times C_3^{37} \times C_2^{32}$
 - $C_5^{52} \times C_5^{47} \times C_5^{42} \times C_5^{37} \times C_5^{32}$
20. Tiga buah koin dilempar bersama-sama. Peluang muncul 2 sisi angka dan 1 sisi gambar secara serempak adalah
- $\frac{1}{6}$
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{1}{8}$
 - $\frac{1}{4}$
 - $\frac{3}{8}$
21. Sebuah kotak berisi 10 kelereng, 4 di antaranya berwarna biru dan 6 di antaranya berwarna merah. Dua kelereng diambil dari dalam kotak itu sekaligus. Peluang terambil 1 kelereng biru dan 1 kelereng merah adalah
- $\frac{1}{24}$
 - $\frac{8}{15}$
 - $\frac{5}{12}$
 - $\frac{2}{9}$
 - $\frac{6}{15}$
22. Dua buah dadu bersisi 6 dilemparkan bersama-sama. Peluang muncul jumlah mata dadu pertama dan kedua 10 adalah
- $\frac{11}{36}$
 - $\frac{10}{36}$
 - $\frac{9}{36}$
 - $\frac{8}{36}$
 - $\frac{7}{36}$
23. Sebuah kartu diambil secara acak dari satu set lengkap kartu *bridge*. Peluang terambil kartu merah atau kartu As adalah
- $\frac{7}{13}$
 - $\frac{4}{52}$
 - $\frac{12}{52}$
 - $\frac{14}{52}$
 - $\frac{17}{52}$
24. Misalkan peluang Ardi lulus ujian adalah 0,95 dan Doni lulus ujian adalah 0,92. Peluang Ardi tidak lulus ujian tetapi Doni lulus ujian adalah
- 0,043
 - 0,046
 - 0,049
 - 0,928
 - 0,958
25. Pada percobaan melemparkan dua buah dadu sebanyak satu kali, peluang muncul jumlah kedua mata dadu 6 atau 9 adalah

- a. $\frac{5}{36}$
- b. $\frac{6}{36}$
- c. $\frac{9}{36}$
- d. $\frac{15}{36}$
- e. $\frac{18}{36}$
26. Sebuah kantong plastik berisi 5 kelereng merah dan 3 kelereng biru. Jika dari dalam kantong itu diambil 2 kelereng sekaligus, peluang terambil kelereng merah dan biru adalah
- a. $\frac{7}{28}$
- b. $\frac{8}{28}$
- c. $\frac{10}{28}$
- d. $\frac{15}{28}$
- e. $\frac{21}{28}$
27. Sebuah kartu diambil secara acak dari satu set kartu *bridge*. Peluang bahwa yang terambil adalah kartu hitam dan kartu *jack* adalah
- a. $\frac{2}{52}$ d. $\frac{30}{52}$
- b. $\frac{26}{52}$ d. $\frac{30}{52}$
- c. $\frac{28}{52}$
28. Dalam sebuah kotak terdapat 4 bola putih, 3 bola hijau, dan 2 bola biru. Selanjutnya diambil 3 bola sekaligus. Peluang terambilnya 2 bola berwarna sama adalah
- a. $\frac{2}{3}$
- b. $\frac{3}{4}$
- c. $\frac{26}{84}$
- d. $\frac{55}{84}$
- e. $\frac{42}{84}$
29. Terdapat 2 buah kotak *A* dan *B* yang masing-masing berisi 12 buah lampu pijar. Setelah diperiksa, ternyata dalam kotak *A* terdapat 2 lampu rusak dan pada kotak *B* terdapat 1 lampu rusak. Dari masing-masing kotak diambil sebuah lampu secara acak. Peluang terambilnya sebuah lampu pijar rusak adalah
- a. $\frac{2}{144}$ d. $\frac{34}{144}$
- b. $\frac{3}{144}$ e. $\frac{48}{144}$
- c. $\frac{18}{144}$
30. Suatu kelas terdiri atas 40 siswa. Dari 40 siswa itu, 25 siswa gemar Matematika, 21 siswa gemar Akuntansi, dan 9 siswa gemar Matematika dan Akuntansi. Peluang siswa tidak gemar Matematika maupun Akuntansi adalah
- a. $\frac{25}{40}$ d. $\frac{4}{40}$
- b. $\frac{12}{40}$ e. $\frac{3}{40}$
- c. $\frac{9}{40}$

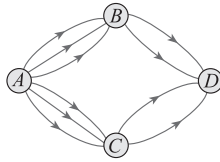
31. Peluang bahwa sebuah bilangan bulat positif yang tidak lebih dari 1.000 habis dibagi 3 adalah
- $\frac{111}{1.000}$
 - $\frac{1}{9}$
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{111}{999}$
 - $\frac{2}{3}$
32. Sekelompok siswa yang terdiri atas 62 orang menyukai beberapa cabang olahraga.
- 32 orang menyukai basket;
27 orang menyukai renang;
12 orang menyukai bola voli.
- Jika salah satu siswa dipanggil, kemungkinan yang terambil adalah siswa yang menyukai basket dan renang adalah
- $\frac{3}{62}$
 - $\frac{9}{62}$
 - $\frac{12}{62}$
 - $\frac{27}{62}$
 - $\frac{32}{62}$
33. Seorang peneliti melakukan penelitian terhadap populasi belalang di suatu padang rumput. Ia membatasi area padang rumput itu dengan tambang. Daerah itu berukuran 1 m × 1 m. Kemudian, ia mulai menghitung belalang di area yang dibatasi itu. Ia menyimpulkan, untuk memperoleh belalang pada luasan itu 0,4. Jika luas padang rumput itu 100 m², banyak belalang yang ada di padang rumput terbanyak
- 4
 - 16
 - 40
 - 400
 - 1.600
34. Pakar vulkanologi memperkirakan bahwa besar peluang terjadi letusan gunung berapi dalam 8 tahun mendatang adalah 2×10^{-2} di antara 800 gunung berapi. Banyak gunung berapi yang diperkirakan akan meletus dalam jangka 8 tahun tersebut adalah
- 2 buah
 - 8 buah
 - 16 buah
 - 32 buah
 - 80 buah
35. Hasil suatu penelitian menyimpulkan bahwa peluang terdapat lampu yang rusak (cacat) dari 100 lampu adalah 0,12. Jika peneliti mengambil 1.000 sampel lampu, harapan lampu dalam kondisi baik ada
- 12
 - 88
 - 120
 - 708
 - 880

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan benar.

1. Perhatikan gambar jalur perjalanan dari suatu kota ke kota lain berikut.



(a)



(b)

- a. Tentukan banyak cara untuk menempuh Kota C dari A melalui B pada gambar (a).
 - b. Tentukan banyak cara untuk menempuh Kota D dari Kota A melalui B atau C pada gambar (b).
2. Disediakan angka-angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, dan 8. Tentukan banyak cara menyusun bilangan ribuan jika:
- a. angka-angka penyusunnya boleh berulang;
 - b. angka-angka penyusunnya tidak boleh berulang;
 - c. angka-angka penyusunnya tidak boleh berulang dan ganjil.
3. Konsep kombinasi dapat digunakan dalam teorema binomial untuk menentukan koefisien dari perpangkatan. Teorema tersebut adalah sebagai berikut.

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C_k^n x^{n-k} y^k,$$

dengan n adalah bilangan asli.

Dengan menggunakan konsep kombinasi, tentukan

- a. koefisien x^3y^2 dari penjabaran perpangkatan $(x+y)^5$;
 - b. koefisien x^2y^5 dari penjabaran perpangkatan $(x+2y)^7$;
 - c. koefisien x^6y^4 dari penjabaran perpangkatan $(x-y)^{10}$;
4. Dua remaja pergi menonton sepakbola di suatu stadion yang mempunyai 3 buah pintu. Pada saat masuk, mereka me-

lewati pintu yang sama. Akan tetapi, ketika keluar, mereka menggunakan pintu yang berlainan. Tentukan banyaknya cara kedua remaja tersebut keluar masuk pintu.

5. Sepasang suami istri berharap memiliki 4 orang anak, dengan anak pertama dan kedua laki-laki, sedangkan anak ketiga dan keempat perempuan. Berapakah peluang terkabulnya keinginan suami istri itu?
6. Tiga bola diambil secara acak dari sebuah kotak yang berisi 6 bola berwarna merah, 8 bola berwarna hitam, dan 4 bola berwarna putih. Tentukan peluang bahwa yang terambil adalah
 - a. ketiga-tiganya berwarna merah;
 - b. dua bola berwarna putih dan sebuah bola berwarna putih;
 - c. ketiga-tiganya mempunyai warna yang berbeda.
7. Sebuah kartu ditarik dari satu set kartu *bridge*. Misalkan
 - A kejadian terambil kartu *jack*;
 - B kejadian terambil kartu berwarna merah;
 - C kejadian terambil kartu As.
 Tentukan
 - a. $P(A)$, $P(B)$, dan $P(C)$;
 - b. $P(A|B)$, $P(B|A)$, dan $P(B|C)$.
8. Terdapat 20 kartu yang diberi nomor dari 1 sampai dengan 20. Kartu ini dikocok, kemudian diambil sebuah kartu secara acak. Jika pengambilan diulang 200 kali dengan pengembalian, tentukan frekuensi harapan muncul kartu bernomor.
 - a. prima;
 - b. ganjil;
 - c. genap kelipatan;
 - d. kelipatan 11;
 - e. kelipatan 12;
 - f. prima atau genap.

Daftar Pustaka

- Ayres, Frank. 1974. *Theory and Problems of Matrics*. New York: McGraw-Hill.
- _____. 1998. *Terjemahan Kalkulus*. Jakarta: Erlangga.
- Bartle, Robert G. 1994. *Introduction to Real Analysis*. New York: John Willey and Sons.
- Howard, R.D. 1993. *Mathematics in Actions*. London: Nelson Blackie, Ltd.
- Isabelle van Wellegheem. 2007. *Ensiklopedia Pengetahuan*. Solo: Tiga Serangkai.
- Junaedi, Dedi, dkk. 1998. *Intisari Matematika Dasar SMU*. Bandung: Pustaka Setia.
- Kerami, Djati dkk. 2002. *Kamus Matematika*. Jakarta: Balai Pustaka.
- Koesmartono dkk. 1977. *Modul Matematika*. Bandung: Penerbit ITB.
- Koesmartono dkk. 1983. *Pendahuluan Matematika*. Bandung: Penerbit ITB.
- Kreyszig, E. 1988. *Advanced Engineering Mathematics*. New York: John Willey and Sons.
- Negoro, S.T. dkk. 1982. *Ensiklopedia Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Neswan, Oki dan Setya Budi, W. 2003. *Matematika 1–3 untuk SMA*. Bandung: Penerbit ITB.
- Pimentall, Ric and Wall, T. 2002. *IGCSE Mathematics*. London: John Murray.
- Purcell, Edwin J. 1987. *Calculus with Analitic Geometry*. London: Prentice-Hall International, Inc.
- Sembiring, Suwah. 2002. *Olimpiade Matematika*. Bandung: YRama Widya.
- Setya Budi, Wono. 2003. *Model Buku Pelajaran Matematika Sekolah Menengah Atas*. Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional.
- Siswanto. 1997. *Geometri I*. Surakarta: Universitas Sebelas Maret Press.
- Siswanto. 1997. *Geometri II*. Surakarta: Universitas Sebelas Maret Press.



- Spiegel, Murray R. 2000. *Probability and Statistics (Second edition)*. New York: McGraw-Hill.
- Spiegel, Murray. 1972. *Theory and Problems of Statistics*. New York: McGraw-Hill.
- Spiegel, Murray R. 1959. *Theory and Problems of Vector Analysis*. New York: McGraw-Hill.
- Spiegel, Murray R. 1986. *Matematika Dasar (Terjemahan)*. Jakarta: Erlangga.
- Steffenson dan Johnson. 1992. *Essential Mathematics for Colledge Students*. New York: Harper Collins Publishers.
- Susianto, Bambang. 2004. *Olimpiade Matematika dengan Proses Berpikir*. Jakarta: Grasindo.

Glosarium

Data	: kumpulan dari datum, 3
Datum	: keterangan yang diperoleh dari suatu pengamatan, 3
Desil	: sembilan nilai yang membagi data menjadi sepuluh bagian sama banyak, 12, 43
Frekuensi harapan	: harapan banyaknya kemunculan suatu kejadian dari beberapa percobaan, 107
Gabungan kejadian A dan B	: himpunan semua titik sampel yang terdapat pada kejadian A atau kejadian B atau keduanya, 108
Interseksi	: irisan, 108
Irisan kejadian A dan B	: himpunan semua titik sampel yang terdapat pada kejadian A dan kejadian B , 108
Jangkauan	: selisih antara statistik maksimum dan statistik minimum, 14
Kombinasi	: suatu susunan unsur-unsur dari sekumpulan unsur tanpa memerhatikan urutannya, 89
Kejadian	: himpunan bagian dari ruang sampel, 95
Kejadian bersyarat	: kejadian munculnya suatu kejadian dengan syarat kejadian lain telah terjadi terlebih dahulu, 115
Kuartil	: tiga nilai yang membagi data menjadi empat bagian sama banyak, 8, 40
Kejadian saling lepas	: dua atau lebih kejadian yang tidak terdapat irisan di antara kejadian-kejadian itu, 111

Kejadian saling bebas stokastik	: kejadian yang terjadi atau tidaknya tidak dipengaruhi terjadi atau tidaknya kejadian lain, 112
Mean	: nilai rata-rata; rerata; jumlah semua datum dibagi banyak datum, 7, 35
Median	: nilai tengah; nilai yang membagi suatu data menjadi dua bagian sama banyak, 38
Modus	: nilai yang sering muncul (frekuensinya tertinggi), 41
Percobaan	: suatu tindakan yang dapat diulang dengan keadaan yang sama untuk memperoleh hasil tertentu, 95
Permutasi	: suatu susunan unsur-unsur dari sekumpulan unsur dengan memperhatikan urutannya, 83
Peluang	: suatu nilai yang menyatakan kemungkinan terjadinya suatu kejadian dan diperoleh dari banyaknya anggota suatu kejadian dibagi dengan banyaknya anggota dari ruang sampel, 97
Ruang sampel	: himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan, 95
Sampel	: sebagian atau keseluruhan dari objek yang dianggap mewakili populasi, 95
Simpangan rata-rata	: ukuran penyebaran data yang mencerminkan penyebaran data terhadap nilai meannya, 48
Statistik	: kumpulan informasi berupa angka-angka yang disusun, ditabulasi, dikelompok-kelompokkan sehingga dapat memberikan informasi mengenai suatu masalah, 4
Statistika	: suatu ilmu yang mempelajari tentang statistik, 4

- Statistik lima serangkai** : salah satu ukuran statistik yang terdiri atas statistik minimum, kuartil bawah, kuartil tengah, kuartil atas, dan statistik maksimum, 10
- Titik sampel** : anggota-anggota dari ruang sampel, 96
- Union** : gabungan, 108
- Varians atau ragam** : salah satu ukuran penyebaran data. Ukuran ini statusnya lebih baik daripada simpangan rata-rata, 49



Indeks Subjek

- Aturan perkalian, 75
- Batas kelas, 29
- Bimodal, 7
- Binomial Newton, 91
- Blaise Pascal, 101
- Coding*, 37
- Data ekstrem, 58
- Data normal, 58
- Data, 3
- Datum, 3
- Desil, 12, 43
- Diagram batang daun, 22
- Diagram batang, 19
- Diagram garis, 16
- Diagram kotak garis, 25
- Diagram lingkaran, 17
- Distribusi frekuensi, 28
- Distribusi seimbang, 26
- Faktorial, 81
- Frekuensi harapan, 107
- Histogram, 32
- Interseksi, 108
- Jangkauan, 14
- Kejadian bersyarat, 115
- Kejadian majemuk, 96
- Kejadian saling lepas, 111
- Kejadian, 95
- Kelas, 29
- Kemustahilan, 105
- Kepastian, 105
- Kolmogorov, 95
- Kombinasi, 89
- Kuartil, 8, 40
- Langkah, 14, 58
- Mean, 7, 35
- Median, 38
- Modus, 41
- Multimodal, 7
- Ogif, 32
- Pagar dalam, 14
- Pagar luar, 14
- Panjang kelas, 29
- Peluang, 97
- Pencilan, 26, 58
- Percobaan, 95
- Permutasi siklis, 86
- Permutasi, 83
- Pierre de Fermat, 101
- Poligon frekuensi, 32
- Ruang sampel, 95
- Saling bebas stokastik, 112
- Sampel, 95
- Sigma, 5
- Simpangan rata-rata, 48
- Standar deviasi, 51
- Statistik lima serangkai, 10
- Statistik, 4
- Statistika, 4
- Sturgess, 29
- Tepi kelas, 29
- Titik sampel, 96
- Tukey, 60
- Union, 108
- Varians, 49

Kunci Soal-Soal Terpilih

Bab I

Soal Kompetensi 1

3. 38

$$5. \frac{m_1n_1 + m_2n_2 + m_3n_3}{n_1 + n_2 + n_3}$$

7. a. $x_{\min} = 3$
 $x_{\max} = 9$

$$Q_1 = 4$$

$$Q_2 = 6$$

$$Q_3 = 8$$

c. $J_D = 6$

$$Q_d = 2$$

$$L = 3$$

$$P_D = 1$$

$$P_L = 11$$

9. 11 tahun

Soal Kompetensi 3

3. a. $x_{\min} = 1.010$
 $x_{\max} = 3.500$

$$Q_1 = 1100$$

$$Q_2 = 1.210$$

$$Q_3 = 2.132,5$$

c. tidak ada data pencilan

Bab II

Soal Kompetensi 1

1. a. 60

b. 14

3. 24

5. $P_4^{26} \times P_3^{10}$

Soal Kompetensi 2

1. a. 120

b. 120

c. 576

d. 90

2. a. $4!$

b. $\frac{4!}{2!}$

c. $(4!)^2$

d. $\frac{(4!)^2}{(2!)^2}$

e. $\frac{n!}{(n-2)!}$

f. $\frac{(n+1)!}{(n-1)(n-1)!}$

3. a. 10

b. $108\frac{1}{3}$

c. 3.024.000

4. a. 60

b. 2.520

c. 1.680

d. 30.240

e. 3.628.800

f. 210

Soal Kompetensi 3

1. a. 21

c. 45

e. 1

g. n



- 5. 495
- 7. a. 1.800
c. 252

Soal Kompetensi 6

- 1. 10
- 3. a. 0,25
b. 30
- 5. a. 16
b. 64

Soal Kompetensi 7

- 1. $\frac{4}{13}$
- 5. c. 0,4
e. 0,2

Buku *Khazanah Matematika* diperuntukkan bagi siswa SMA dan MA yang ingin mengembangkan kemampuan bernalar dan berlogika secara cermat. Buku ini disusun secara sistematis dan terstruktur dengan menggunakan pendekatan pembelajaran kontekstual (*Contextual Teaching and Learning*). Metode penyajian yang digunakan dalam buku ini sangat menarik tetapi sederhana, baik dari segi materi, kebahasaan, maupun kegrafikaannya. Dalam pembelajarannya, siswa dituntut untuk bertindak aktif sebagai subjek pembelajaran, bukan sekadar objek yang hanya menerima konsep-konsep atau rumus-rumus matematika melainkan siswa diharapkan mampu mengonstruksi sendiri konsep matematika. Dengan demikian, diharapkan buku ini dapat memandu siswa untuk lebih akrab dengan matematika dan mampu mengaplikasikannya dalam kehidupan sehari-hari.

Inilah Komponen Pelengkap dalam Buku

- **Peta Konsep** membantu kalian untuk mengetahui alur pembahasan materi pada bab bersangkutan.
- **Kata Kunci** berisi kata-kata penting yang dapat digunakan untuk memahami konsep yang disajikan dalam bab yang bersangkutan.
- **Aktivitas** berupa kegiatan yang dapat digunakan untuk meningkatkan pemahaman konsep yang kalian dipelajari.
- **Mari Berdiskusi** berisi tugas yang harus kalian kerjakan secara berkelompok sehingga terbentuk sikap saling membantu, saling menghargai, dan saling melengkapi.
- **Soal Kompetensi** berisi soal sebagai penerapan konsep yang kalian pelajari.
- **Tes Kemampuan Bab** berupa soal yang dapat digunakan untuk mengevaluasi ketercapaian pembelajaran setelah mempelajari satu bab.
- **Jendela Informasi** berisi informasi tambahan yang dapat menambah wawasan kalian.
- **Tantangan** berisi soal-soal yang relatif sulit dan biasanya memiliki tipikal khusus dalam pengerjaannya.
- **Kuis** berisi soal-soal yang disarikan dari soal-soal yang sering diujikan, seperti UN, SPMB, ujian masuk perguruan tinggi ternama, dan soal-soal kompetisi daerah maupun nasional.
- **Glosarium** berisi kata-kata penting yang disertai artinya.
- **Indeks** membantu kalian dalam mencari kata-kata penting yang ada dalam buku ini.

ISBN : 978-979-068-858-2 (No. jil lengkap)

ISBN : 978-979-068-861-2

Buku ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah dinyatakan layak sebagai buku teks pelajaran berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor: 81 Tahun 2008 Tanggal 11 Desember 2008 tentang Penetapan Buku Teks Pelajaran yang Memenuhi Syarat Kelayakan untuk Digunakan dalam Proses Pembelajaran.

Harga Eceran Tertinggi: Rp8.558,-